

LA DIMENSIONE BIDIMENSIONALE

di

Giuseppe C. Budetta

Enciclopedia di D. Diderot e J. Batiste d'Alembert (1751 – 1780): *Sarebbe assurdo affermare che due più due fa cinque, o negare che due più due fa quattro.*

Premessa.

La dimensione bidimensionale dello Spazio – Tempo è una realtà a sé stante, a volte indipendente da quella tridimensionale del mondo circostante. Tra le due, può esserci corrispondenza biunivoca.

Pochi miliardesimi di secondo dopo il Big-bang, ciò che definiamo materia, permeando la tridimensionalità dell'universo, acquisì un valore diverso da zero per mezzo del bosone di Higgs. La simmetria di gauge elettrodebole si interruppe: da una parte ci furono le particelle sub-atomiche provviste di massa e fondanti la tridimensionalità. Dalla parte opposta le particelle come il fotone, il neutrino muonico e tauonico, prive (o quasi) di massa e di pertinenza della dimensione bidimensionale. Sia la tridimensionalità che la bidimensionalità esistono ad egual misura e sono entrambe indispensabili per la corretta configurazione del mondo.

L'unico modo per risolvere alcuni dei paradossi della matematica e della geometria euclidea è attribuire il valore di zero ad alcuni segmenti di una retta e ad alcuni punti di un cerchio, ma solo nell'ambito della bidimensionalità (x, y). Di conseguenza, i segmenti ed i punti con valore zero possono perfino far parte della superficie uno-dimensionale di Riemann. Nella bidimensionalità di un campo gravitazionale, gli orologi rallentano perché è la freccia del Tempo fisico ad allungarsi. Questo particolare evidenzia la diretta dipendenza dalla bidimensionalità di alcune figure della geometria piana, come il punto geometrico e la retta, essendo una retta la freccia del Tempo.

Puntualizzazione. Il mondo che ci circonda è tridimensionale (x, y, z) + il Tempo fisico, anche se l'aggiunta del Tempo fisico rende quadridimensionale lo Spazio del mondo circostante. Però, è possibile la distinzione tra dimensione bidimensionale dello Spazio – Tempo da quella tridimensionale dello stesso Spazio – Tempo, pur essendoci corrispondenza biunivoca tra bidimensionalità e tridimensionalità, col Tempo (T) come grandezza comune ad entrambi gl'insiemi. Nella bidimensionalità è possibile assegnare ad alcuni punti e ad alcuni segmenti di una retta il valore zero. La seguente formula matematica indica la corrispondenza biunivoca tra bidimensionalità e tridimensionalità:

$$\{ x + [(y_1 - y_2) + y] \} \cdot T = (x + y + z) \cdot T$$

Il mondo circostante potrebbe essere strutturato con due entità, in alcuni casi distinte ed in altri interconnesse. Il limite tra le due componenti sarebbe dato dalla meccanica quantistica. Montgomery, H.L. et al. (1991 – 2006) e Berry M., (2017), hanno evidenziato le possibili connessioni tra i numeri primi ed il caos quantistico, uno stato della materia con specifiche leggi e definite regole. I due scienziati ammettono in modo indiretto, l'esistenza d'interconnessioni tra grandezze matematiche e geometriche coi fenomeni delle onde quantistiche, quindi tra bidimensionalità e tridimensionalità.

Bidimensionalità. La bidimensionalità (2D) sarebbe un mondo a parte con speciali leggi e quello della tridimensionalità (3D) ne sarebbe il secondo con una specifica realtà e leggi della fisica. Il Tempo ne sarebbe la componente comune, ma avrebbe valenze differenti a seconda se considerato

nella 3D, o nella 2D. Si potrebbe avanzare la seguente ipotesi: lo Spazio-Tempo è talmente sottile e facente parte a pieno titolo della bidimensionalità che può, per sua natura, fluttuare tra un valore positivo ed uno negativo, virando di volta in volta in opposte direzioni e polarizzazioni con impercettibili cambiamenti, privi quasi di energia. Medesime attribuzioni avrebbe il Tempo fisico nell'ambito della tridimensionalità. Ci sarebbero due diverse regioni che formano la realtà dell'universo. Ognuna di queste avrebbe comportamenti e leggi differenziate, a volte incompatibili tra di esse. La bidimensionalità comprende le immagini mentali ed ogni altro tipo d'immagine. Noi vediamo il mondo, ci rapportiamo con esso, quasi sempre attraverso le immagini mentali appartenenti alla bidimensionalità. Le immagini mentali hanno un contenuto (o sfondo), relazionato ad uno o più significati simbolici, o conoscitivi. Nell'immagine mentale, sono presenti riferimenti extra che sostengono, guidano e modellano il pensiero. Il pensiero individuale è nell'immagine mentale, ma nello stesso tempo si sviluppa e si espande nell'immagine stessa: immagini bidimensionali derivanti dalla rievocazione, rimaneggiamento e duplicazione mentale di oggetti ed eventi del mondo circostante. In ultima analisi, sono le immagini che dominano la bidimensionalità. La natura profonda delle immagini mentali che sono bidimensionali e prive di massa, rimane un mistero. Anche se connesse alla fisiologia della materia cerebrale, le immagini mentali sfuggono alle comuni leggi della fisica newtoniana, rappresentando uno Spazio ed un Tempo, entrambi non determinabili in un presente, un passato, o in un futuro. È la Mente che le inquadra in un contesto di ricordi più o meno remoti, o di aspettative di là da venire.

La tridimensionalità (x, y, z + T) è propria degli oggetti materiali che ci circondano, compreso le molecole organiche ed inorganiche. Si può affermare che la bidimensionalità è una caratteristica del mondo quantistico e delle sostanze con minime o nulle quantità di materia, come il neutrino. La tridimensionalità comprende la discontinua realtà macroscopica, fatta di materia voluminosa e di particelle con discrete quantità di energia.

Bidimensionalità estrema. Gli scienziati affermano che la realtà che ci circonda ha tre dimensioni; se ci aggiungiamo il Tempo (t), il risultato è uno spazio con quattro dimensioni, lo Spazio – Tempo. Vivremmo in un universo quadridimensionale. Invece, recenti e singolari teorie cosmologiche ipotizzano che la realtà – intesa come totalità di ciò che esiste - sia bidimensionale perché le particelle elementari ed i vari campi fisici si muovono in un ambiente bidimensionale. Anche la gravità sarebbe parte dell'illusione, una forza assente dal mondo tridimensionale: Maldacena J. (gennaio, 2006). La comprensione di uno scenario del genere è difficile, ma un fenomeno analogo avviene tutti i giorni. Un ologramma è una figura bidimensionale che se osservata in opportune condizioni d'illuminazione produce immagini tridimensionali. Tutta l'informazione tridimensionale dell'ologramma è codificata nell'ologramma bidimensionale. L'universo intero (e la realtà che ci circonda) potrebbe essere una sorta di ologramma, Bekenstein J. D. (2003). Di conseguenza, se ciò che vediamo (onde luminose), tocchiamo (le superfici piatte), udiamo (onde acustiche), odoriamo (molecole piatte perché in una realtà priva di profondità) ecc., è parte di una realtà bidimensionale, come del resto, tutta la materia del nostro corpo.

Questo lavoro scientifico è suddiviso nei seguenti paragrafi:

Quark, Spin e le fluttuazioni dello Spazio – Tempo.

I paradossi del punto e della retta geometrica.

Numeri divisibili e numeri indivisibili.

Problematicità degli elementi fondanti il mondo fisico.

Realtà ondulante.

La funzione d'onda in un duplice universo.

Su alcuni paradossi della matematica.

Il cubo di Kaniza. Sintesi ed analisi tra bidimensionalità e tridimensionalità.

Paradossi della matematica nella duplice realtà.

La tridimensionalità.

Articolazioni dello scheletro umano e tridimensionalità.

La diagonale di un quadrato.

La geometria dello spazio doppio.

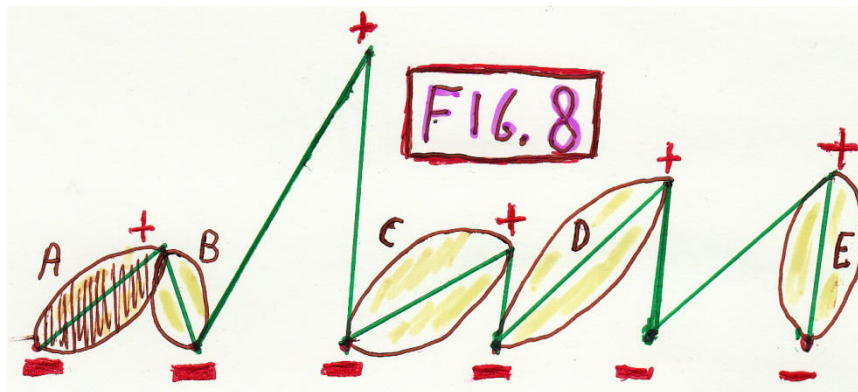
La duplice natura della luce.

Cerchio.

Elettromagnetismo - Tempo fisico - gravità quantistica.

Il problema del Tempo presso gli antichi.

Quark, Spin e le fluttuazioni dello Spazio - Tempo. Alcuni paradossi della matematica e della geometria, come quelli qui di seguito analizzati, potrebbero attestare l'ambivalenza di tutta la bidimensionalità, dove la lunghezza è commista alla larghezza, senza la profondità spaziale. A questa dimensione ondulante e non del tutto determinabile, farebbero parte anche alcune particelle sub-atomiche, come il neutrino, gli elettroni ed i quark. Queste particelle a volte sono tali ed a volte appaiono come onde, confuse con le fluttuazioni del sottostante ed uniforme manto spazio-temporale. Le fluttuazioni del manto spazio – temporale virano in due sensi opposti: uno può essere ascrivito col segno positivo e l'altro col segno negativo. Lo spin dei quark sarebbe correlato a queste fluttuazioni come la **figura 8** mostra:



Nella **fig. 8**, è disegnata un'onda di Spazio -Tempo i cui picchi virano tra un polo positivo ed uno negativo, nell'ambito della bidimensionalità. Le particelle sub atomiche come i quark, indicate con le lettere **A – B – C – D – E**, ricevono lo spin da tali fluttuazioni. Nell'istante in cui si verificano le fluttuazioni (increspature) dello Spazio-Tempo, accadrebbero tre eventi:

1. Formazione dello spin, simile ad un segmento di una retta, formata dall'increspatura stessa dello Spazio – Tempo.
2. Formazione del campo elettromagnetico intorno a tale segmento.
3. Polarità.

Per Weathrall J.O. (2017), esisterebbero due tipi di vuoto:

- 1) **Il vuoto privo, o quasi di materia.** A questa categoria di particelle, apparterrebbero il neutrino ed il fotone.
- 2) **Il vuoto con minime quantità di materia dalle proprietà oscillanti tra una natura corpuscolare ed una ondulatoria, come le onde elettromagnetiche.**

I paradossi del punto e della retta geometrica. Il punto geometrico e la retta geometrica, formata da infiniti punti, potrebbero avere duplice dimensione con un valore minimo (contemplato nel Teorema di Fermat) ed anche una indeterminata disposizione nello Spazio. Si tratta di figure geometriche di pertinenza della bidimensionalità (2D), essendo prive di profondità: figure piatte con dimensioni indefinite e sovrapposte. Nella bidimensionalità, Spazio e Tempo sono piatti e sovrapponibili. Però, nella bidimensionalità di un campo gravitazionale, la freccia del tempo subisce un allungamento, essendoci un'azione specifica sullo spazio a due dimensioni.

La retta, o un suo segmento, non solo possono allungarsi, ma anche essere divisi infinite volte ed i punti che li compongono possono essere moltiplicati e sovrapposti tra loro infinite volte, restando invariate le dimensioni iniziali della retta, o di un suo segmento. Nell'universo, la deformazione dello Spazio – Tempo, causata dalle onde gravitazionali, sarebbe possibile solo nella bidimensionalità con la deformazione del manto di Spazio-Tempo, come fatto di bidimensionali rette intersecantesi a rete che a loro volta si allungano. Nell'ambito della tridimensionalità, ad un triangolo rettangolo è applicabile il Teorema di Pitagora. Nell'ambito della bidimensionalità, lo stesso triangolo può avere l'ipotenusa con tratti nulli e può essere uguale in lunghezza effettiva ad uno, o ad entrambi i suoi cateti. C'è anche la possibilità che l'ipotenusa di un triangolo rettangolo fluttui in due dimensioni dello Spazio -Tempo con opposti valori. Queste due dimensioni dello Spazio-Tempo sono parte integrante della bidimensionalità. Anzi la bidimensionalità, così come le immagini mentali (prodotte dalla nostra mente), sarebbe fondamentalmente formata dalle componenti di uno Spazio-Tempo doppio, ciascuna con valori e direzionalità opposte. Nella bidimensionalità, le parallele tracciate da un cateto sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo delimitano segmenti uguali, sia sul cateto, sia sull'ipotenusa, come sarà esposto nel presente studio. E' ciò che definiamo profondità a fare la differenza tra misure esatte in un triangolo rettangolo e l'esistenza di variabili nascoste, pertinenti alla bidimensionalità. Queste variabili nascoste hanno misurazioni non definibili. Il cerchio appartiene alla bidimensionalità 2D e la sfera alla tridimensionalità 3D con una prospettiva solida, cioè reale e non immaginifica. Il cerchio 3D è anche una ruota che aiuta nelle molteplici funzioni umane: il cerchio è quindi solo 2D, con la sua indeterminazione, indicata con π e la ruota che è una estrapolazione della figura bidimensionale (X + Y) del cerchio, è 3D (x, y, z). In questo caso con l'aggiunta della profondità Z e della freccia del Tempo fisico, π ha un valore definito, perché la circonferenza di una ruota è chiaramente misurabile. Se ci si perdesse nell'indeterminatezza bidimensionale del π , la ruota avrebbe dei difetti nel corretto funzionamento e quando rotola sul suolo. Come per l'ipotenusa di un triangolo rettangolo, afferente alla bidimensionalità, all'interno della linea curva che ne tratteggia la circonferenza, al cerchio si possono ascrivere dei tratti nulli, alternati a tratti reali.

Il triangolo di Sierpinski evidenzia alcuni aspetti strettamente connessi alla bidimensionalità e non alle superfici piene, proprie della tridimensionalità. Per disegnare il triangolo di Sierpinski, si divide in quattro porzioni triangolari uguali tra loro. Questo triangolo pieno ha un perimetro che ne definisce l'area. La procedura sia continuata all'infinito, finché la superficie interna del triangolo non si riduce a zero. Linee e segmenti del triangolo di Sierpinski hanno quindi superficie uguali a zero. I triangoli che man mano che s'infittiscono all'interno di quello di Sierpinski, sono auto-similari ed hanno aspetto frattale, con invarianza di scala. Per William McWorter, (1987), i frattali vivono in un mondo intermedio, rispetto alle dimensioni convenzionali. Le dimensioni intermedie in cui si trovano i frattali, sono pertinenti alla bidimensionalità.

Numeri divisibili e numeri indivisibili.

L. Kronecker (1823 – 1891), riteneva che i numeri interi fossero gli unici matematicamente veri e troverebbero collocazione nel mondo tridimensionale (x, y, z) + il Tempo, che ci circonda. I numeri interi possono essere sommati, sottratti e moltiplicati ed il risultato è sempre un numero intero.

L. Kronecker ha un illustre antenato in Pitagora che a Crotone fondò la sua scuola. I Pitagorici ritenevano il numero principio di tutte le cose e con una specifica grandezza spaziale. Il numero era indivisibile. Si tramanda che un discepolo di Pitagora si fosse ucciso, quando si trovò di fronte ai numeri irrazionali, come la radice quadrata di due. Il fatto che i numeri reali contenessero gli irrazionali, oltre ai razionali, fu un duro colpo per i pitagorici. La verità che venne a galla fu che l'Uomo non esisteva solo nell'ambito di un mondo fatto di lunghezza, altezza e profondità (oltre alla dimensione del Tempo), ma anche all'interno di figure ambigue, prive di volume (di massa) e senza una definibile misurazione. I Pitagorici attribuivano un significato speciale al due, perché è il primo tra quelli pari (l'uno era il maschile ed il due il femminile) e la sua radice quadrata non poteva dare come risultato un numero diverso da uno intero. Alla fine, dovettero dedurre che si sbagliavano perché alcuni numeri, come il due, producevano una numerazione non determinabile nell'ambito della tridimensionalità. Occorreva accettare il fatto che per alcuni insiemi di numeri fosse possibile solo la plastica dimensione bidimensionale ($x + y$) e non quella a tre dimensioni, contenente la comune materia. Non solo i Pitagorici, ma tutti i Greci dell'antichità rappresentavano i numeri visivamente, con cumuli di piccole pietre, ogni numero avendo una specifica forma ed estensione nell'ambito della dimensione tridimensionale. I più recenti studi nel campo della neuro fisiologia, sembrano confermare l'antichissima problematica che mise in crisi i Pitagorici, evidenziando che alcune numerazioni rientrano nella sfera dell'indeterminazione, propria della mente umana. Il cervello effettua continui calcoli computazionali al fine di interpretare il mondo circostante. I calcoli computazionali inconsci della mente umana comprenderebbero i numeri irrazionali e tra questi i numeri decimali illimitati. Per Lin, Z. (2008) e da Lin Z. ed He S., (2009), la consapevole, quotidiana rappresentazione del mondo che ci circonda è possibile solo dopo una moltitudine di computazioni inconsce, facenti parte unicamente della dimensione bidimensionale. La MRIf e metodiche similari di neuro immagine mostrano queste oscure attività mentali, proprie dello spazio, piatto e bidimensionale (x e y). Ciò vale anche per altre funzioni cerebrali legate alla memoria, all'emozioni ed all'eloquio. Siamo ignari di queste funzioni e le diamo per scontate. Tuttavia, nei pazienti con seri danni cerebrali, l'interazione col mondo circostante sembra confondersi. La bidimensionalità è la base cognitiva della materia cerebrale.

Il presente saggio scientifico intende approfondire alcuni paradossi della matematica e della geometria euclidea, alla luce delle più recenti vedute scientifiche nell'ambito della dimensione bidimensionale. Non avendo approfondito bene le ricerche sul concetto di Tempo e di Spazio a partire dal mondo greco-romano, avevo pensato di eliminare questo argomento che ho infine lasciato, perché potrebbe migliorarne la specificazione.

Problematicità degli elementi fondanti il mondo fisico. Nel loro lavoro congiunto *L'io ed il suo cervello* del 1977, il filosofo Popper R. K. ed il Nobel e neurobiologo Eccles J. affermarono che le radici della realtà circostante fossero tre distinti mondi:

- **Mondo uno (W1):** il mondo fisico, incluso il cervello.
- **Mondo due (W2):** mondo mentale, o degli stati soggettivi.
- **Mondo tre (W3):** mondo delle idee astratte, leggi fisiche, linguaggio, etica e di altre produzioni del pensiero umano.

La teoria avanzata da Penrose R. (1997) descrive un mondo di tipo platonico fatto di nozioni matematiche, dove però la realtà fisica non s'identifica con quella astratta del mondo platonico. I tre mondi esisterebbero in ordine ciclico, in quanto ognuno di essi sarebbe fondato su quello che lo precede. Il mondo bidimensionale platonico potrebbe essere il più primitivo perché la matematica e la geometria sono una specie di necessità. La matematica compare virtualmente, come per incantamento per mezzo della sola logica. Sembrerebbe esserci - secondo Penrose - un ulteriore mistero, o paradosso in riguardo all'andamento ciclico di questi mondi: ognuno include il successivo, pur dando l'impressione di dipendere solo in piccola parte dall'antecedente.

Di recente, si è diffusa l'ipotesi che il mondo platonico della bidimensionalità potrebbe essere il mondo tre (W3) di Eccles ed esistere come riflesso dell'attuale che lo completa. Il mondo tre è privo di volume e di materia, ma è indispensabile agli altri due. Il mondo tre può illuminarci su alcuni paradossi della matematica, come quelli qui di seguito esposti. Secondo alcuni, il mondo della bidimensionalità, fatto di particelle prive di massa e di campi di forza, sarebbe la realtà basilare su cui si fonda perfino la coscienza umana. Per John R. Searle (2015 e 2016), il problema filosofico da non sottovalutare è come poter conciliare la realtà fondamentale del mondo, fatta di particelle elementari e campi di forza, con la razionalità della coscienza umana, capace di espressioni artistiche e creative, di comportamenti morali ed immorali e che, in ultima analisi, ci permette d'impegnarci in ogni sorta di funzione, dalla politica alla scienza.

Il problema posto da Searle resta aperto ed è di non facile soluzione. Per esempio, alla base dello stimolo nervoso ci sarebbero protoni, ioni elettricamente attivi, molecole e campi elettrici: la realtà basilare, come Searle la descrive. Ad accentuare il problema è che le particelle sub-atomiche, coi correlati campi elettrici ed elettro-magnetici, sembrano essere stati inficiate dalle nuove vedute della fisica teorica. Meinard Kuhlmann e coll. (2013), hanno fondati dubbi sulla classica struttura del mondo atomico e sub-atomico, ribaltando in modo indiretto, anche i processi nervosi delle sensazioni corporee. Le recenti scoperte della fisica teorica trovano che la realtà nella sua essenza non consista di corpuscoli materiali, ma di connessioni referenziali e di proprietà fisiche nascoste. Perfino il Tempo fisico sarebbe formato da entità bidimensionali che trasportano informazione.

A. Connes affermò che la matematica e la geometria non commutativa sono ciò che più di ogni altra disciplina può avvicinarci al concetto della verità ultima. Per Connes, l'universo è identificabile in **due** *continuum* identici. L'universo di Connes è simile a quello di Einstein: un duplice *Spazio-Tempo* di quattro dimensioni ciascuno, separato da una *dimensione discreta*. Connes, "raddoppia" lo Spazio-Tempo di Einstein, *aggiungendo una dimensione discreta* alla realtà del mondo circostante. Tramite la dimensione discreta di Connes, i numeri decimali, gli irrazionali e gl'insiemi infiniti che Kronecker riteneva frutto della fantasia umana, avrebbero l'esatta collocazione in questo mondo, più complesso di come appare.

Per Moris Schlick (1970), un evento del mondo fisico può portare ad una grande varietà di risultati, distinguibili ciascuno con una probabilità calcolabile. Ciò nonostante, la fisica consiste ancora di regole relative a sequenze di eventi: accade qualcosa che prepara la scena per qualcos'altro. Infine, a seconda del risultato, entrano in gioco altre possibilità. Si tratta di scenari basati su connessioni casuali, a parte il fatto, dice Schlick, che la casualità è diventata probabilistica.

Realtà ondulante. Nel libro *I Fondamenti concettuali della meccanica quantistica*, a conclusione delle varie tesi di meccanica quantistica riportate dai maggiori scienziati, D'Espagnant R. (1977) dice che la realtà, intesa nel termine di tutto ciò che esiste, è indipendente da noi, pur essendone parte. Per D'Espagnant, il verbo *esistere* avrebbe un significato aleatorio perché né lo Spazio, né il Tempo e neanche lo Spazio-Tempo avrebbero una esistenza primitiva ed assoluta. Lo Spazio ed il Tempo sarebbero aspetti della realtà empirica, frutto della nostra sensibilità. Lo scienziato J. Barbour nega l'esistenza di un Tempo fisico. Secondo Barbour, ad un livello fondamentale, il Tempo può non esistere, ma può comparire a livelli superiori, come un tavolo appare solido, sebbene sia un insieme di particelle. Un comune tavolo è composto per la maggior parte da spazio vuoto. La solidità è una proprietà collettiva, o emergente, delle particelle. Il Tempo potrebbe anch'esso essere una proprietà emergente dagli ingredienti basilari del mondo, quali che siano. Per Barbour, le equazioni della fisica non ci dicono quali eventi si stiano verificando proprio adesso: questi accadimenti sono come una mappa, senza l'indicazione "voi siete qui". In queste equazioni, non c'è il momento attuale e quindi nemmeno il fluire del Tempo. Inoltre, la teoria della relatività di Einstein suggerisce non solo che non c'è un singolo presente speciale, ma che tutti i momenti sono ugualmente reali.

Nello Spazio- Tempo di Minkowski, ogni punto è un evento, indicato come **punto evento**. I punti eventi sono separati l'un l'altro da un **intervallo invariante**. I punti eventi sono determinati da coordinate i cui parametri dipendono dal sistema di riferimento scelto, ma l'intervallo tra essi è lo stesso in tutti i sistemi inerziali di riferimento. Per questo, si parla di intervallo invariante ed universale. L'espressione dell'intervallo invariante di Minkowski è:

$$(\Delta\sigma)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

Nello Spazio – Tempo di Minkowski, l'intervallo invariante può avere un valore positivo, negativo, o nullo. Esso è simile ad un vettore spostamento di un comune sistema di riferimento. In base al suo **valore**, l'intervallo invariante può essere di tre tipi:

1. **Tipo Tempo fisico.**
2. **Tipo Spazio fisico.**
3. **Tipo luce.**

L'intervallo invariante tipo luce è pertinente alla dimensione bidimensionale.

La funzione d'onda nella bidimensionalità. La funzione d'onda di Schrödinger (1950) evidenzia le ambiguità del mondo reale che sarebbe di natura essenzialmente probabilistica. Il fenomeno quantistico dell'entanglement rafforza la tesi di Schrödinger, indicando uno speciale spazio fisico ambivalente, con proprietà inusitate ed ondulanti all'interno di oscure dimensioni extra. Nel modello di Schrödinger, un oggetto del mondo circostante, come anche una semplice molecola chimica, è una grande collezione di strutture potenzialmente presenti, ciascuna delle quali correlata ad una probabilità.

L'equazione di Schrödinger è:

$$\psi (q,t).$$

In questa equazione, tutte le variabili spaziali sono indicate con q . Inoltre, le variazioni di t (il Tempo fisico) comportano inevitabili cambiamenti di ψ . Tutte le informazioni deducibili dal sistema nell'istante t sono correlate con ψ all'istante t e sono soltanto previsioni che possono effettuarsi in riguardo al sistema. Queste previsioni si riferiscono al sistema, non alle sue singole parti. Riferendosi a funzioni complesse, l'equazione di Schrödinger si ricollega ad uno Spazio vettoriale ad alta complessità, simile a quello descritto da Hilbert, dove il collasso della funzione d'onda e la scomparsa della dimensione temporale comportano: $\psi (q)$. In questa formula, q indica lo spazio delle possibili configurazioni.

Per la Scuola di Copenaghen la *funzione d'onda* non era una entità fisica reale, ma una elaborazione della mente dell'osservatore, o meglio: alle immagini mentali bidimensionali appartenenti alla mente di chi osserva il fenomeno. La funzione d'onda di Schrödinger è bidimensionalità allo stato puro. Heisenberg affermò: "Se vogliamo descrivere ciò che accade in un evento atomico, dobbiamo renderci conto che la parola *accade* è applicabile solo all'osservatore, non allo stato delle cose tra due osservazioni. La parola *accade* si applica all'atto fisico di una specifica osservazione e non a quello psichico. Si può affermare che la transizione dal possibile all'attuale avviene appena entra in scena l'interazione con l'apparato di misura e di conseguenza, l'interazione col resto del mondo."

Per Heisenberg, nel mondo sub-atomico, sono possibili risultati diversi con diverse probabilità. Il fatto è che il principio d'indeterminazione di Heisenberg non vale solo per il mondo sub-atomico, ma è una vera e propria dichiarazione sulla natura delle cose. Il principio d'indeterminazione di Heisenberg è di aiuto in particolare, nelle indagini sulle proprietà della dimensione bidimensionale.

Louis de Broglie (1892 – 1987), affermò che la materia del mondo, nella sua intima struttura, è di tipo ondulatorio. Tanto più una particella sub-atomica si muove, tanto più piccola è la lunghezza d'onda ad essa associata. Il pacchetto d'onda è dunque correlato ad un singolo elettrone che di conseguenza, non ha una velocità ben definita e non è localizzabile in un punto preciso dello spazio. L'esistenza stessa del pacchetto d'onda sta ad indicare che l'elettrone, e qualsiasi altra particella sub-atomica, non ha una velocità ed una posizione ben definite nello spazio.

Molti fisici teorici si convinsero che le particelle sub-atomiche non fossero oggetti materiali, ma eccitazioni di un unico, speciale, ed oscuro campo quantistico. Everett H. III (1957), ribalta le deduzioni di Heisenberg. Per Everett III, lo stato di un sistema quantistico riflette quello dell'intero universo che vi si trova intorno, dovendo includere l'osservatore al fine di una descrizione completa della misurazione. Il *postulato di Everett* si può riassumere così: **tutti i sistemi isolati evolvono secondo l'equazione di Schrödinger.**

Su alcuni paradossi della matematica. Qui di seguito come premessa al presente studio su alcuni paradossi della matematica, ho inserito due definizioni classiche su cosa è una retta e cosa è un punto. Le due definizioni sono valide solo all'interno di uno spazio bidimensionale.

La retta: struttura geometrica **immateriale, senza spessore** e con un'unica dimensione. La retta è illimitata in entrambe le direzioni e contiene infiniti punti. Di conseguenza, la retta è infinita in uno spazio bidimensionale, pur potendo essere rappresentata nell'ambito di uno spazio tridimensionale, o quadridimensionale: $(x, y, z) + \text{il Tempo}$.

Il punto è un'entità che nello Spazio - Tempo è priva di una dimensione definita (entità adimensionale) e che nella tridimensionalità, ha un valore minimo assoluto. Questo **valore minimo assoluto** può inserirsi nei parametri della probabilità e può, come spiegato nel paragrafo intitolato "Cerchio", rientrare anche nell'ambito della bidimensionalità.

La realtà in sé. Ciò che definiamo realtà, compreso lo Spazio-Tempo, non avrebbe un fondamento oggettivo, ma uno di natura probabilistica, come spiega la funzione d'onda di Schrödinger. In questa visione del mondo, lo stato quantistico indicherebbe l'esistenza di due universi sovrapposti, all'interno di una parallela realtà. Per Everett III, l'osservatore che misura un fenomeno quantistico ha l'illusione che il suo rilevamento cambi lo stato del sistema. Invece, ciò che accade è che quando interagisce con un sistema quantistico, è l'osservatore a dividersi in due persone diverse che vivono in due mondi paralleli. I due mondi in parallelo corrispondono ad altrettanti distinti risultati di uno stesso sistema quantistico.



Secondo l'interpretazione a molti mondi di Everet III (1957), un singolo evento è un punto di diramazione nella geometria dello Spazio - Tempo. Si vive in diversi rami dell'universo che sono ugualmente reali, ma che non possono interagire tra loro. Può però essere che le interazioni tra i due universi siano possibili e forse necessari, solo nella sfera della bidimensionalità. La bidimensionalità è presente ovunque. Essa è la base di qualsiasi processo mentale immaginifico. Un esempio è dato dal fenomeno percettivo dell'arto fantasma, ricollegabile alla indeterminatezza della dimensione bidimensionale, di cui fanno parte le immagini mentali. Le sensazioni tattili e termiche che il soggetto privo di un arto percepisce, proprio come se l'arto esistesse ancora, potrebbero essere solamente rappresentazioni neocorticali nell'ambito della bidimensionalità: nicchie con ambigua determinazione spazio-temporale, anche se originate da specifiche aree cerebrali.

C'è da precisare che l'ipotesi classica delle sensazioni originate da un arto inesistente (fantasma) indica come causa l'attività elettrica aberrante proveniente dal neuroma, formatosi nel moncone rimanente dell'arto, dopo il taglio del rispettivo nervo sensitivo. La terapia applicata per lenire il dolore relazionato all'arto fantasma è la rimozione chirurgica della terminazione nervosa. I risultati di questa procedura chirurgica sono ambigui, ripresentandosi il dolore poco tempo dopo l'intervento. Ciò potrebbe indicare che l'origine del dolore sia nelle proiezioni immaginifiche, bidimensionali ed atemporali di aree della neocortex che preservano la percezione dell'arto rescisso. Prinz sostiene che tra **le qualità cognitive e le qualità sensoriali** non c'è una diretta correlazione, essendo il pensiero un fenomeno inconscio.

Le immagini sensoriali, come il dolore dell'arto fantasma, per Prinz, sono scollegate da quelle da cui si origina il pensiero umano. Dunque, le immagini sensoriali rientrano nel contesto della realtà bidimensionale, in parte, o del tutto scissa dalla tridimensionalità del mondo circostante.

Visione cieca. Il fenomeno della visione cieca indicherebbe l'azione attiva di alcune immagini allocate nella bidimensionalità, di condizionare e sorreggere alcuni comportamenti umani. Gelder B.(2010), descrive gli esperimenti su un individuo affetto da visione cieca (indicato con la sigla TN), capace d'attraversare un lungo corridoio, evitando i numerosi ostacoli sul pavimento, giustapposti dallo sperimentatore. TN non sa che il corridoio è disseminato di ostacoli, eppure li evita. TN è cieco, ma dotato di *visione cieca* che gli permette di vedere, senza la consapevolezza di che cosa stia vedendo. E' stato dimostrato che numerose specie di animali, in particolare gli scimpanzé (quelli che a livello sperimentale hanno subito la rimozione della corteccia visiva) hanno visione cieca, muovendosi facilmente in un ambiente pieno di ostacoli.

Sogno fetale e bidimensionalità. Il ruolo attivo della bidimensionalità onirica è stato evidenziato da alcuni autori. A sognare è la maggioranza delle specie di animali. Ciò si verifica anche nella vita fetale. Il sogno fetale confermerebbe le affermazioni di Hillman J. (2003, 1997), per il quale non è la psiche con le sue esperienze a creare le immagini mentali, ma sono esse a *fare* la psiche. Le immagini oniriche sembrano essere un correlato inscindibile della materia cerebrale, sia umana che animale. In feti di vitello all'8° mese di gestazione, Ruckebusch Y. e coll., (1977), hanno osservato stati di veglia e di sonno, simili a quelli rilevati in ruminanti adulti. Idem, in feti di agnello, in cui compaiono fasi di sonno con onde lente al 4° mese di gestazione (periodo gestazionale di 5 mesi), alternate a periodi di veglia. In questi animali, i movimenti fetali sarebbero presenti, sia nella veglia, sia nel sonno tipo-REM, occupante fino all'80% del tempo di registrazione.

Il cubo di Kaniza. Sintesi ed analisi tra bidimensionalità e tridimensionalità.



Il cubo di Kaniza è il disegno di un cubo che con le linee d'intersezione che potrebbero giacere tutte sullo stesso piano, oppure alcune di esse potrebbero stare su un piano più vicino all'osservatore e con una direzione diversa. Di fronte ad un *cubo di Kaniza*, il cervello dell'osservatore può scegliere tra tre interpretazioni, a partire da un unico input. Cioè, una sola immagine mentale alla volta può essere elaborata da vari centri neocorticali. Potrebbe essere che l'ambiguità di base delle immagini mentali, in riferimento alla loro natura bidimensionale, costringa il

cervello ad effettuare la scelta di una specifica direzione, correlata ad una unica immagine per volta. Infatti è impossibile la contemporanea formazione d'immagini mentali multiple, differenti e con opposta direzionalità, sia a partire dal cubo di Kaniza, sia per tutte le altre. L'indeterminazione spazio-temporale della bidimensionalità immaginifica, obbliga il cervello ad una scelta che eviti, ove possibile, ogni tipo di ambiguità, in particolare in riferimento alla freccia dello Spazio-Tempo. Nell'elaborazione di una unica immagine mentale, studi di neuro-immagine mostrano una intensa attività dell'area visiva V3, della corteccia frontoparietale, dell'amigdala di destra e spesso anche dell'ippocampo. Queste tre ultime componenti nervose sono implicate nella focalizzazione dell'attenzione. L'amigdala di destra si attiva solo nel contatto visivo diretto di pericolo, mentre l'omologa di sinistra ha un ruolo più generico nella interpretazione del stesso pericolo, Ryuta K. et all. (1999). Come nel cubo di Kaniza, è possibile solo un'unica interpretazione su ciò che si osserva e su cui si focalizza l'attenzione. Da come i centri cerebrali sono correlati (Area V3, corteccia frontoparietale ed amigdala), è impossibile la doppia interpretazione visiva di una stessa immagine bidimensionale, in un dato istante. E' probabile che ciò sia anche collegato alle proprietà ambigue della dimensione bidimensionale che obbligano il cervello a precise scelte, volta per volta.

Immagine del cubo di Kaniza → Area V3 → Corteccia fronto – parietale → amigdala di sinistra → ippocampo → immagine mentale unica in uno specifico istante di tempo.

Bressan P. (2009) afferma che movimento e posizione di un oggetto sono analizzati dal cervello con meccanismi neuronali separati. Nel caso in cui il cervello abbia informazioni incompatibili da due sistemi di riferimento, accetta entrambe le versioni. L'oggetto in movimento e la sua posizione spaziale sono due immagini che appartengono alla bidimensionalità e per questo, compatibili entrambi con le immagini mentali che la mente del soggetto di volta in volta elabora ed illustra.

Per esempio, le rocce accanto ad una cascata sembrano in movimento, pur essendo fisse. Oppure, stiamo su un treno con persone in movimento nel vagone, dove siamo seduti. Dal finestrino, osserviamo il treno vicino. Ci sembra che il nostro treno stia partendo, ma è l'altro convoglio.

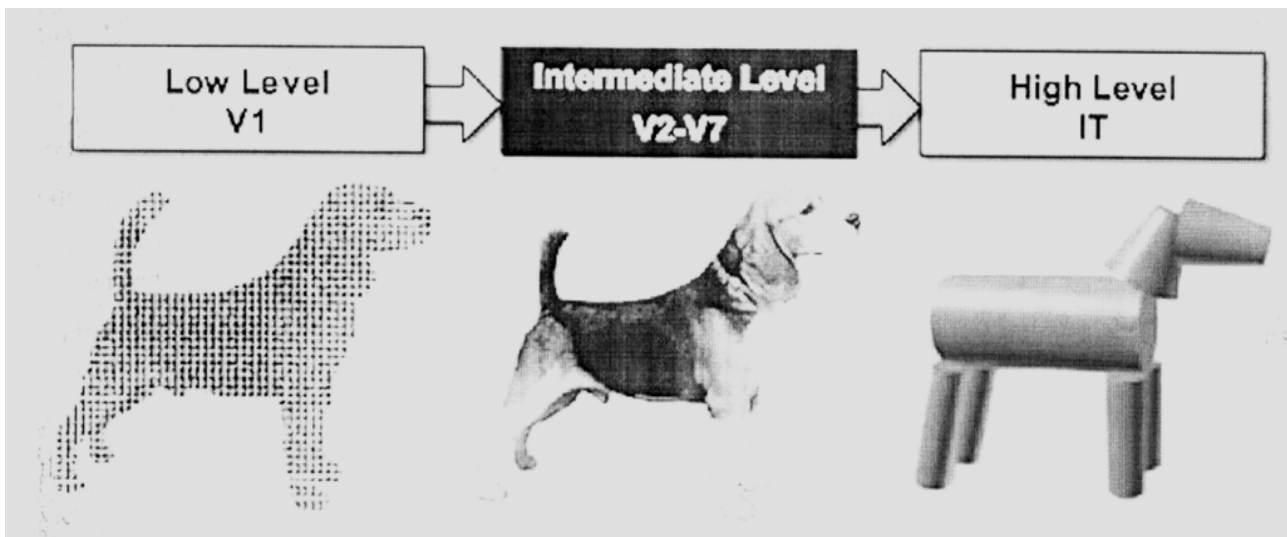
L'immagine che nella mente prende forma nel processo visivo in riferimento ad un dato oggetto del mondo circostante, è di per sé ambigua, appartenendo alla bidimensionalità. Di conseguenza, il cervello è costretto ad una immediata scelta, circa l'ubicazione spazio-temporale di questa immagine. Per Prinz, i pensieri, essendo fenomeni inconsci e concepibili solo in ambito bidimensionale, possono addirittura guidare l'attenzione e questo processo non è regolabile dalla volontà. Dice Prinz (2010): ***i pensieri diventano oggetto di attenzione solo se sono convertiti in immagini, in parole ed emozioni.*** La conversione in immagini dei pensieri è parte integrante della dimensione bidimensionale, per cui solo tramite essa si diventa coscienti.

Prinz (2010), dice che le **qualità cognitive** differiscono profondamente dalle **qualità sensoriali** in tutto ciò che in un secondo tempo può essere accantonato, come immaginazione. L'Autore fa il seguente esempio: non si può pensare che l'economia sia in declino, senza ricollegarsi mentalmente a delle parole esplicative, oppure ad immagini sensoriali. Parole ed immagini sarebbero ***Qualia cognitive della dimensione bidimensionale.*** Il limitato accesso alle nostre facoltà cognitive (alla pura dimensione bidimensionale) riduce di molto la possibilità di essere consapevoli dei nostri pensieri. Di conseguenza, non possiamo guidare e controllare i pregiudizi che influenzano il nostro modo di pensare. Le uniche elaborazioni mentali di cui possiamo fare esperienza cosciente sono quelle che siamo stati capaci di traslare in narrazione verbale. Prinz dice che il dono dell'eloquio potrebbe essere uno dei migliori pregi dell'Uomo, bilanciando il fatto che il **pensiero è un fenomeno inconscio ed è il linguaggio umano converte la cognizione in immagine sensoriale.**

Per Prinz, il meccanismo che porta alla consapevolezza è identificabile nel **livello percettivo medio**. Ciò sarebbe dovuto al fatto che la percezione è un evento conscio, solo e quando lo si vuole. Come nel meccanismo dell'attenzione selettiva, **i pensieri, che per natura appartengono alla bidimensionalità, possono guidare e dirigere l'attenzione e questo fatto non possiamo evitarlo con la volontà.** Il livello tre (vedere la figura qui di seguito, presa da un lavoro di Prinz) contiene le descrizioni simboliche, con scarsa somiglianza fisica col soggetto osservato. Però, si può obiettare che le immagini mentali devono comunque avere una **determinata direzione spazio-temporale**: in un verso, o in quello opposto, come nel caso del cubo di Kaniza. Il livello tre evidenzia gli elementi costitutivi delle cose osservate, rimandando l'esperienza visiva ad elementi primitivi, di pura bidimensionalità, più semplici e meno problematici. Nella bidimensionalità delle immagini mentali, il verso (destra o sinistra) è comunque unico come nel cubo di Kaniza, altrimenti ci si sperde nel labirinto delle ambiguità, proprio della dimensione bidimensionale.

Prinz dice che nel fenomeno percettivo della visione, ci sarebbe un primo grado (livello uno) di analisi, un secondo grado di messa a fuoco degli oggetti osservati ed un terzo grado di sintesi. Dei tre gradi percettivi, solo il secondo sarebbe indispensabile per la corretta comprensione del mondo circostante. Alcune ricerche, condotte allo scopo di esplicitare quale fosse la natura delle immagini mentali confermano le seguenti ipotesi: gli esperimenti sulle rotazioni mentali (che comprendono quelle visive) degli oggetti immaginati dimostrano che hanno le caratteristiche degli oggetti reali,

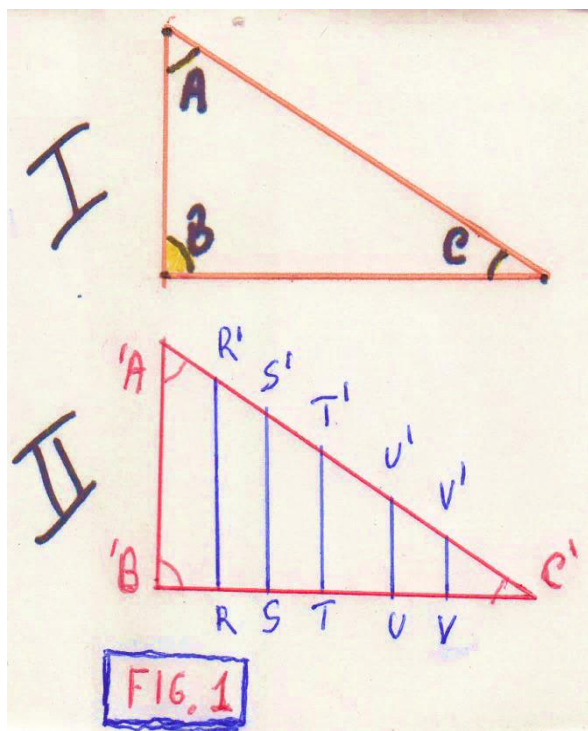
almeno quando non sono troppo complessi. Inoltre, le immagini mentali possono essere esplorate come se il soggetto percorresse con la Mente una mappa, inclusa nella bidimensionalità, (Eysenck, 1990).



La figura in alto è stata estrapolata da una ricerca di Prinz Jesse, (2010) ed evidenzia i tre gradi della percezione visiva, descritti dall'autore. Le tre immagini bidimensionali potrebbero formare un insieme auto-somigliante a diversi livelli di scala, all'interno di un sistema di auto-accrescimento percettivo. La bidimensionalità immaginifica, o iconica del livello alto (TERZO LIVELLO) obbligherebbe il cervello a precise scelte di astrazione spazio-temporali.

La creazione immaginifica del cervello che avviene nell'ambito della dimensione bidimensionale, necessita comunque del terzo livello di sintesi che è propria del simbolismo astratto. Nelle loro opere, alcuni artisti figurativi contemporanei hanno dato la preferenza al terzo livello della percezione visiva, conferendo spazio all'immaginazione ed alla fantasia. Da notare, che il processo immaginifico della mente umana è di pertinenza esclusiva della dimensione bidimensionale.

Paradossi della matematica e della geometria nella duplice realtà.



Solo ammettendo l'esistenza di una duplice realtà, bidimensionale per un verso e tridimensionale per l'altro, alcuni dei paradossi della matematica sono spiegabili. Nella **Fig. 1**, all'interno del triangolo rettangolo $A'B'C'$ ho inserito le rette parallele $RR' - SS' - TT' - UU' - VV'$. Perché le distanze tra i punti R, S, T, U, V , e R', S', T', U', V' siano uguali è necessario che all'interno del segmento $A'C'$ ci siano dei tratti uguali a zero (tratti nulli), dove le minuscole porzioni di Spazio-Tempo assumono un valore negativo, o nullo. Poiché $A'C'$ è sempre maggiore di $B'C'$, vuol dire che alcuni tratti di $A'C'$ hanno valenza duplice: a volte sono uguali a zero (pur restando nella tridimensionalità dove $A'C'$ è maggiore di $B'C'$) ed a volte hanno una determinata lunghezza, tale che $A'C'$ è maggiore di $B'C'$, in un contesto privo di profondità. Si può arguire che alcuni tratti di $A'C'$ possano essere collegati anche a valori di Spazio-Tempo negativi. Il parallelismo dei segmenti RR', SS' ecc. è condizione indispensabile perché alcuni segmenti di $A'C'$ siano nulli. Quando

$A'C'$ è uguale a $B'C'$, alcuni dei suoi tratti assumono un **valore minimo assoluto** e possono essere uguali a zero. Solamente i segmenti con valore zero sono da considerarsi facenti parte della superficie uno-dimensionale di Riemann.

A tal proposito, il Teorema di Bolzano-Weierstrass dice: in uno spazio euclideo finito dimensionale, ogni successione reale limitata ammette almeno una sotto-successione convergente. Questa sotto-successione potrebbe risiedere all'interno di minime zone di Spazio-Tempo con valore negativo. Lo Spazio-Tempo con valore divergente da quello usuale potrebbe essere a quest'ultimo commisto.

C'è da aggiungere che nella nuova configurazione geometrica, nello spazio delle probabilità quantistiche, indicate dalla funzione d'onda di Schrödinger, le parti nulle di $A'C'$ non alterano la distanza tra $R'S', S'T', T'U', U'V'...$ per cui i segmenti $R'R, S'S, T'T, U'U, V'V...$ rimangono paralleli. I segmenti reali dell'ipotenusa $A'C'$ sono tra loro *engaged*, essendo nulli i rimanenti.

Il punto geometrico ha una posizione nello spazio, ma è privo di estensione. Il punto geometrico è una vera astrazione mentale, pur avendo una determinata posizione spaziale, o spazio-temporale, con un segno che può essere positivo, o negativo, oppure l'alternanza tra i due segni. La linea geometrica è composta da un insieme di punti geometricamente allineati, privi di estensione. Allora in che modo una linea si estende nello spazio, se è formata da elementi (il punto geometrico) privi di estensione? La risposta sembra collegarsi al concetto d'infinito. Però, in che modo l'infinito moltiplicato per zero (il punto privo di estensione) dà un risultato diverso da zero? Anche in questo caso, si può inserire, per alcuni punti di un segmento rettilineo, o curvo e anche di una retta, il concetto di elemento provvisto di una minima estensione spaziale. Più in particolare, alcuni punti di una retta possono a volte, essere uguali a zero, o far parte di uno Spazio-Tempo con direzione opposta a quello usuale e quindi con un segno negativo. La retta può avere una estensione spaziale variabile, a seconda di come la si vuole determinare e misurare. Il concetto di punto geometrico non può essere assoluto, ma poiché in un modo o nell'altro esiste in geometria, deve avere una valenza

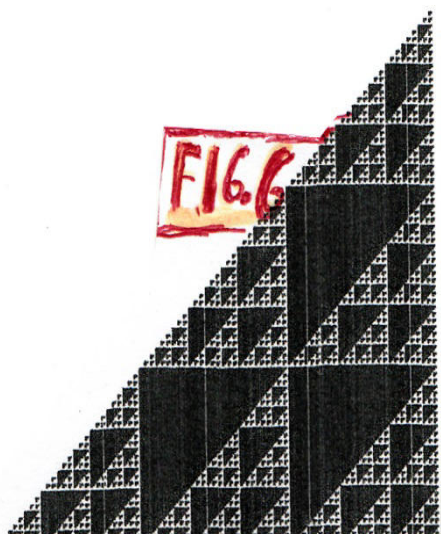
numerica. Questa valenza numerica può a volte essere uguale a zero ed altre volte avere un valore diverso da zero, oppure avere un andamento ondulante tra uno Spazio-Tempo con valore positivo ed uno con valore opposto. I punti della retta potrebbero dunque rientrare nell'ambito della bidimensionalità simbolica. Di conseguenza, esisterebbe qualche regola in base alla quale si possa determinare per qualsiasi punto ξ di una retta, se ξ sia o non sia un suo elemento e se sia, o non sia uguale a zero, oppure far parte, per alcuni dei suoi tratti, di uno Spazio-Tempo con valore negativo.

Di qua, la tridimensionalità e di là la bidimensionalità: lo zero di qua e lo zero di là. Lo zero come punto d'intersezione tra le due, distinte dimensioni spazio temporali, una con valore positivo ed una con valore negativo.

Lo zero ha un valore costante (K) e nullo, solo se fa parte della bidimensionalità. Perciò, lo zero può essere inserito nella dimensioni extra della tridimensionalità. Quando nell'area di un triangolo rettangolo tracciamo delle parallele sull'ipotenusa da uno dei cateti, allora alcuni tratti dell'ipotenusa rientrano nella bidimensionalità e possono essere considerati nulli (fig. 1), o facenti parte di una dimensione spazio-temporale negativa. Lo **zero**, è il minore dei numeri naturali, ma è l'unico numero reale che non è né positivo e né negativo, avendo un valore nullo, tranne nella seguente espressione matematica con lo zero, parte integrante della tridimensionalità:

$$X - 0 = X \text{ oltre a } 0 - X = X \text{ ed a } X \text{ elevato a zero} = 1$$

Solo in una dimensione bidimensionale, alcuni dei paradossi della matematica possono risolversi. Nella teoria degli insiemi, lo zero è l'insieme vuoto. In geometria, la dimensione di un punto è zero. Lo zero corrisponde al punto della geometria euclidea. Lo zero di una funzione è un valore che, se fa parte dell'incognita, dà un valore nullo alla stessa funzione.



Il triangolo rettangolo di Pascal (**fig.6**), indica la soluzione alle parallele della **fig. 1**. Il triangolo rettangolo di Pascal comprende spazi pieni e vuoti, formati da altrettanti triangoli auto-somiglianti, ad invarianza di scala. I lati di alcuni triangoli minori che concorrono a formare l'ipotenusa del triangolo rettangolo di Pascal sono nulli, delimitando aree bidimensionali vuote.

Wallace, D. F. (2011), affermò che le verità matematiche sono certe ed universali perché non hanno nulla a che fare col mondo. Il fatto è che nel mondo, nulla ha un valore universale (dalle particelle sub atomiche ai buchi neri). Perché allora il punto geometrico dovrebbe avere un valore universale, ma al contempo essere privo di estensione? Questa contraddizione è sanabile solo in una dimensione bidimensionale.

Per Whitehead, la certezza della matematica è dovuta alla sua perfetta generalità astratta. Se è così, allora l'astrazione in riferimento al punto geometrico comprende anche un suo valore oscillante tra zero ed uno.

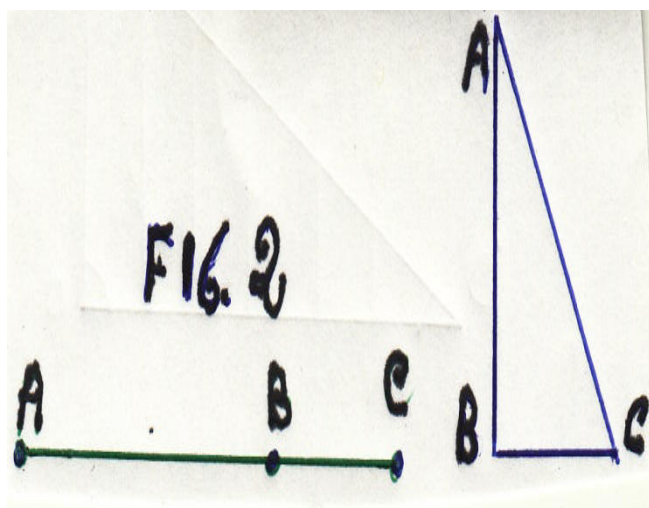
Perché il punto geometrico sia una entità ascrivibile al mondo reale, deve avere una valenza variabile tra zero ed uno, oppure con un valore frazionario tra zero ed uno a seconda delle circostanze e alle grandezze con cui lo si vuole rapportare. Nel teorema di Pitagora, i punti dei tre lati del triangolo rettangolo hanno valori e dimensioni definite, tant'è che il quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti:

$$a^2 = b^2 + c^2. \text{ Dove } a \text{ indica l'ipotenusa e } b \text{ e } c \text{ i due cateti.}$$

L'ipotenusa AC ed i due cateti AB e BC del triangolo rettangolo ABC (fig. 1), sono tra loro in corrispondenza diretta. Ogni cateto avrebbe una lunghezza variabile x (variabile indipendente), in funzione dell'ipotenusa y (variabile indipendente). Per cui, si scrive:

$$Y = f(x)$$

L'ipotenusa AC è relazionata alla lunghezza di ciascun cateto. Ad ogni valore della variabile x c'è un solo valore associabile alla variabile y . Si può anche scrivere: $Y = Y(X)$. Se ciò non accade, il triangolo non può essere un rettangolo. Però, ci sono infinite modalità in cui una grandezza y può dipendere da una grandezza x , essendoci molte leggi che possono legare le variabili y ed x .



Nel segmento (**Fig. 2 - bis**), AC, AB è lungo tre volte BC. Di conseguenza, in AB dovrebbe esserci il triplo dei punti che in BC, ma sembra esserci lo stesso numero, sia in AB che in BC. Infatti, ruotando AB verso l'alto in modo che A si trovi esattamente su B ed unendo A con C, otteniamo il triangolo rettangolo ABC. Secondo l'assioma delle rette parallele di Euclide, lungo qualsiasi punto di AC passerà esattamente una retta parallela ad AB. La stessa retta intersecherà BC in un solo e specifico punto. Tracciando numerose rette parallele che dal lato BC vanno su AC, si verifica che esiste lo stesso numero di punti su

AC e su BC: per ogni punto di AC esiste un punto corrispondente in BC, ovvero c'è lo stesso numero di punti in AC e in BC. Il paradosso potrebbe essere superato se:

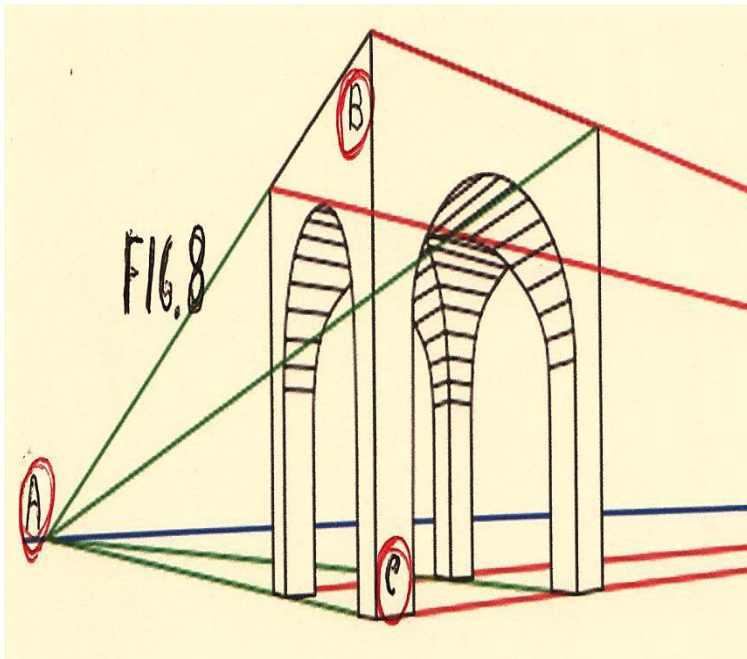
1. Ci si sposta nell'ambito delle bidimensionalità.
2. Si considera che su AC ci sono punti uguali a zero, punti frazionari tra zero ed uno e punti uguali ad uno. Questi ultimi (punti uguali ad uno) sarebbero come tutti quelli in BC.

Pur essendo le rette (colore verde) tra loro parallele, cadrebbero su AC in punti corrispondenti a quelli su BC, solo se su AC ci sono punti di valore non omogeneo, pur trovandosi sullo stesso segmento (Fig. 3). L'alternanza di punti nulli e di punti reali nel segmento AC si ricollega alla geometria frattale e nell'ambito dell'astrazione bidimensionale, immaginifica.

La realtà ondulante dei punti reali e di quelli apparenti in AC si relaziona anche con la funzione d'onda di Schrödinger. In BC, viceversa, sono presenti solo punti reali, ma a condizione che BC sia rapportato ad AC ed entrambi facenti parte del triangolo ABC. A proposito della correlazione tra numero matematico e geometria euclidea, c'è l'affermazione di Bernard Russell a complicare le cose: "E' estremamente illogico l'applicazione dei numeri reali alla geometria euclidea. Perché, se l'applicazione dei numeri reali allo spazio (geometrico) deve portare a qualcosa che non sia solo tautologia (illusione), i numeri utilizzati devono essere definiti indipendentemente. Se fosse possibile solo una definizione geometrica, non si darebbe – in termini rigorosi – alcuna entità aritmetica, quale quella che la definizione pretendeva di definire."

Dedekind R. (1901), considera il concetto-numero del tutto indipendente dalle nozioni, o dalle intuizioni di Spazio e di Tempo. Egli dice: "I numeri sono libere creazioni della mente umana. Servono come mezzo per cogliere con più facilità e acutezza la differenza tra le cose."

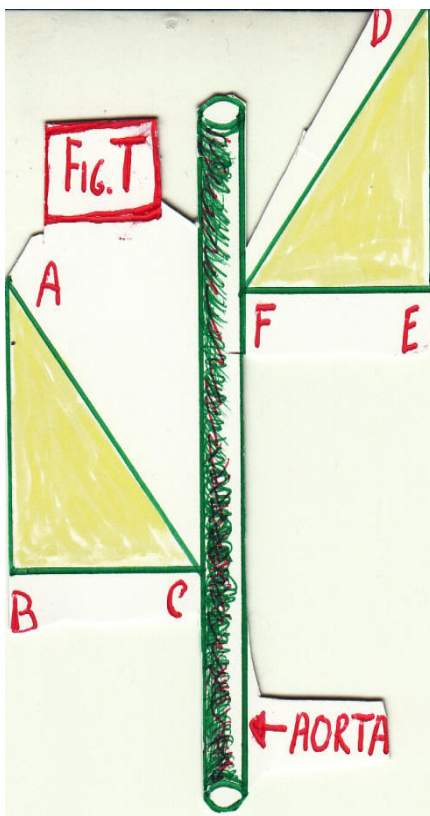
La tridimensionalità.



Nella **figura 8 bis**, il triangolo rettangolo ABC appartiene alla bidimensionalità, con l'ipotenusa AB che può avere dei tratti nulli. Nella tridimensionalità, l'intero cateto BC, parte del triangolo ABC, con gli altri due lati AB e di AC, costituenti la struttura architettonica a quattro arcate (Fig. 8), rientra integralmente nel contesto della precisa tridimensionalità, per cui il cateto BC non può avere valore nullo. Essendo la dimensione bidimensionale una delle due componenti della realtà del mondo circostante, è possibile attribuire ad essa parametri che a volte divergono dall'altra dimensione, quella tridimensionale.

La **figura T**, indica la circolazione arteriosa all'interno del rene destro (FED) e del rene sinistro (ABC). Le circolazioni arteriose nei due reni sono state ricondotte a due triangoli rettangoli, dove la pressione idrostatica glomerulare è la stessa sul lato DE (rene destro) e su AB (rene sinistro).

$$DE = AB$$



Negli Equini, come nella maggioranza dei mammiferi domestici, il rene destro è più craniale dell'opposto e la corrispondente arteria renale è più craniale dell'altra. Negli Equini, come in genere nei mammiferi, l'aorta addominale è spostata a sinistra rispetto al piano sagittale mediano. Affinché la pressione idrostatica a livello glomerulare (a parità di altri fattori), sia la stessa in entrambi i reni, è necessario lo spostamento in avanti del rene destro, essendo più distante dal piano sagittale mediano. L'asimmetria dell'aorta rispetto al piano sagittale mediano giustifica l'omologa asimmetria spaziale dei due triangoli ABC e FED. Ritenendo i lati DE ed AD il luogo in cui avviene la ultrafiltrazione glomerulare, ed avendo questa parametri di pressione idrostatica uguali nei due reni, deve verificarsi che:

$$DE = AB$$

In genere, il rene destro essendo più distante dall'aorta addominale ha forma globosa ed il sinistro, viceversa, essendo più vicino, ha forma allungata. La differenza di forma è dovuta alla differente lunghezza delle arterie renali dove:

$$FE > BC$$

FE = arteria renale di destra (più distante dall'aorta) + albero arterioso renale di destra, compreso nell'area del triangolo FED.

BC = arteria renale di sinistra (più vicina all'aorta) + albero arterioso renale di sinistra, compreso nell'area del triangolo ABC.

Nella tridimensionalità, la pressione idrostatica del sangue e la lunghezza delle due arterie renali e lo spostamento a sinistra, rispetto al piano sagittale mediano dell'aorta addominale, condizionano la forma dei due reni.

In questo caso i due triangoli, schematizzando essi l'albero arterioso all'interno dei due reni, sono inseriti nella tridimensionalità ed il paradosso delle rette parallele indicato nella **fig.1**, rimane tale. Solo nella bidimensionalità, il paradosso delle rette parallele può essere esplicitato. Solo in assenza, o quasi di materia (vedi i neutrini con massa in gran parte zero) si possono ipotizzare dei valori nulli all'interno dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, in modo tale che il paradosso della **FIG.1** sia superabile.

Nella tridimensionalità, il teorema di Pitagora resta valido anche nel caso in cui l'intera circolazione renale, arteriosa e venosa, considerando quella dei capillari renali al 50% di pertinenza della parte arteriosa e per l'altro 50% della parte venosa, sia ricondotta nella forma di un triangolo rettangolo, dove l'area del quadrato dell'ipotenusa è la parte arteriosa e la somma delle aree dei rispettivi cateti la parte venosa complessiva. I due volumi, l'arterioso ed il venoso nell'unità di tempo T, devono corrispondere. Si ha quindi:

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(DF)^2 = (FE)^2 + (DE)^2$$

Oppure, come nello spazio euclideo, vale la seguente formula, propria della tridimensionalità:

$$\Delta x^2 = \Delta y^2 + \Delta z^2$$

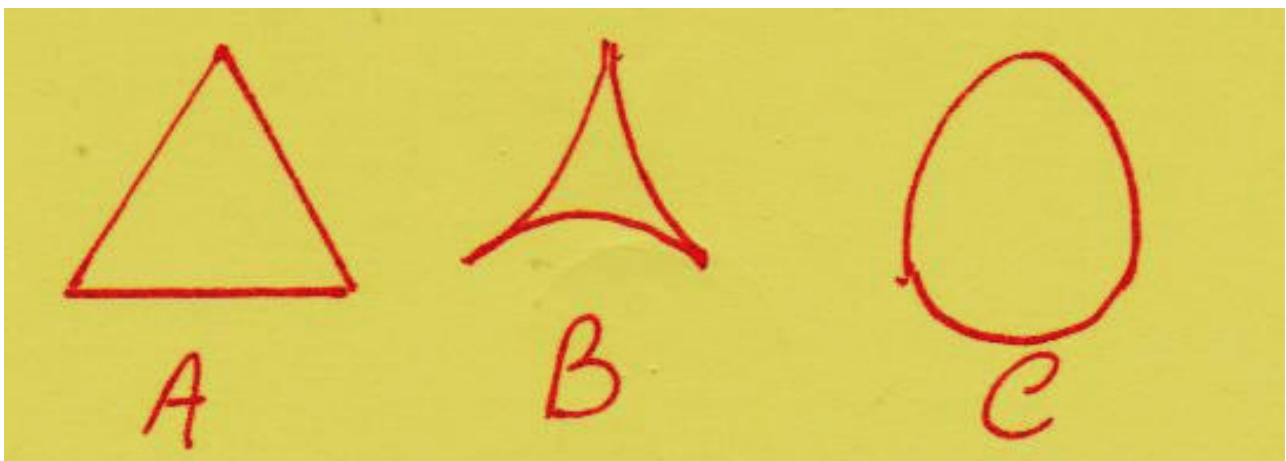
Δx^2 = area della circolazione arteriosa renale che è quella del quadrato dell'ipotenusa delimitante il triangolo rettangolo di riferimento: triangolo rettangolo che corrisponde all'intera circolazione sanguigna renale di un individuo.

$\Delta y^2 + \Delta z^2$ = area totale della circolazione venosa renale che è la somma delle aree dei quadrati dei cateti, appartenenti al triangolo rettangolo di riferimento: triangolo rettangolo che corrisponde all'intera circolazione sanguigna renale dello stesso individuo.

Articolazioni dello scheletro umano e tridimensionalità. Nell’Uomo e nei mammiferi domestici, le articolazioni vere (diartrosi) corrispondono a tre tipi di geometria spaziale, come la figura qui di seguito mostra: lo spazio sferico, lo spazio euclideo (piatto) e quello iperbolico. Le tre geometrie possono essere collegate nell’ambito di uno spazio piatto e quindi bidimensionale. In alcuni casi, le tre geometrie sono parte integrante della tridimensionalità e corrispondono al tipo di morfologia anatomica dei capi ossei articolari, contrapposti. Le tre figure geometriche dello spazio bidimensionale stanno alla base della funzionalità articolare delle diartrosi, proprie della tridimensionalità. In questo caso, i paradossi dell’*astratta* bidimensionalità, non sono validi. Qui di seguito, sono riportati alcuni dei principi di funzionalità articolare.

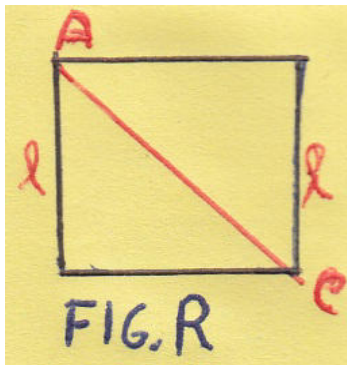
Principi generali di funzionalità articolare.

1. **Artrodie:** spazio piano euclideo ↔ superfici articolari piatte e poco estese ↔ brevi movimenti di scivolamento di un osso sull’altro ↔ ammortizzamento delle pressioni corporee.
2. **Enartrosi:** spazio sferico ↔ superfici articolari a forma di una semisfera. Nella semisfera, i meridiani che escono dal polo si allontanano e raggiungono la massima separazione all’equatore ↔ movimenti di rotazione, circonduzione, lateralità, adduzione ed abduzione.
3. **Condilartrosi:** spazio sferico ↔ superfici ellissoidali ↔ movimenti intorno agli assi maggiori e minori delle ellissi. Nella doppia condilartrosi, si hanno solo i movimenti intorno agli assi minori delle ellissi.
4. **Ginglimi:** spazio sferico ↔ movimenti di rotazione parziale intorno all’asse maggiore del cilindro.
5. **Articolazione a sella (simile al ginglimo):** spazio iperbolico ↔ movimenti di flessione ed estensione, ma movimenti di lateralità molto limitati. Spesso esistono delle ossa sesamoidi di ampliamento di superficie iperbolica. Quanto più la parte centrale articolare è rilevata tanto più sono limitati i movimenti di lateralità, avendosi solo movimenti di flesso-estensione. In questo caso, dal punto di vista funzionale l’articolazione a sella è simile ad un ginglimo angolare.



In sintesi:

- A) **Spazio bidimensionale euclideo** ↔ artrodie ↔ principio generale di funzionalità nell'ambito della dimensione tridimensionale ↔ brevi movimenti di scivolamento tra superfici articolari piane ↔ ammortamento delle pressioni causate dal peso corporeo.
- B) **Spazio bidimensionale iperbolico** ↔ articolazione a sella ↔ movimenti di estensione e flessione con limitati movimenti di lateralità. Articolazioni localizzate in prevalenza nelle estremità degli arti: tra la seconda e la terza falange negli equini il rilievo intermedio è molto accentuato, ma tutti i movimenti sono limitati perché l'articolazione tra la II e la III falange è compresa nello zoccolo.
- C) **Spazio bidimensionale sferico:**
- Enartrosi ↔ principio generale di funzionalità ↔ movimenti nella tridimensionalità ampi di circonduzione, abduzione, adduzione e di lateralità dell'arto. Principio generale di funzionalità ↔ quanto più la superficie semisferica è ampia tanto maggiori sono i movimenti articolari conseguenti.
 - Ginglimi angolari ↔ principio generale di funzionalità ↔ movimenti nella tridimensionalità di flessione ed estensione intorno all'asse maggiore del cilindro pieno. Principio generale di funzionalità ↔ quanto più la superficie articolare è globosa, tanto più i movimenti di estensione e di flessione sono ampi.
 - Condilartrosi doppia ↔ principio generale di funzionalità ↔ movimenti nella tridimensionalità di estensione e di flessione di un segmento di arto. I movimenti avvengono intorno agli assi minori delle ellissi. Principio generale di funzionalità ↔ quanto più la superficie ellissoidale è globosa tanto maggiori sono i movimenti di estensione e di flessione.



La diagonale di un quadrato. Indicando con **l** ciascun lato del quadrato della **fig. R**, si ricava che la sua diagonale (in rosso) è determinata dalla formula

$$d = l \sqrt{2}$$

Per cui: la lunghezza della diagonale di un quadrato è il prodotto della lunghezza del lato (**l**) per la radice quadrata di **2**. Essendo la radice quadrata di **2** un **numero decimale illimitato** (numero irrazionale), si ha che la lunghezza della diagonale di un quadrato è:

$$l \cdot 1,414....$$

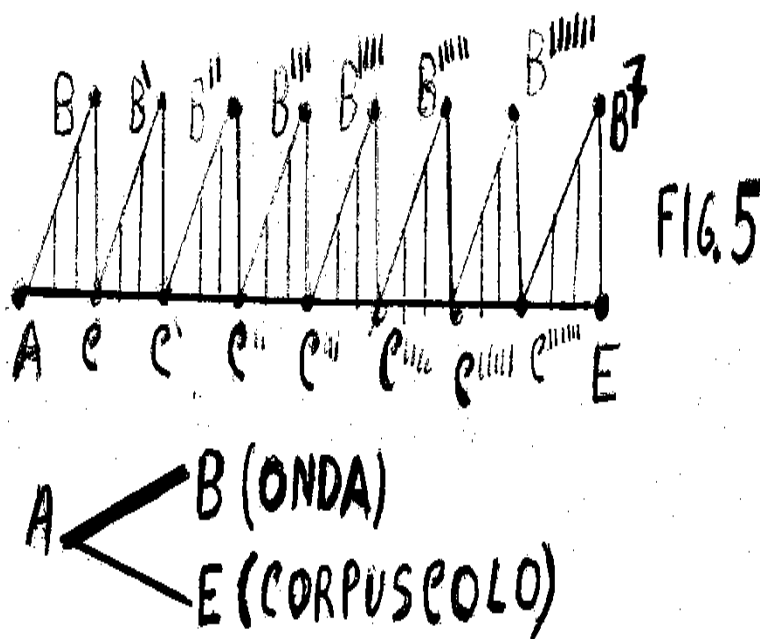
La formula $d = l \sqrt{2}$ fornisce una misura **approssimata** di un preciso segmento di retta, indicato come la diagonale di un quadrato perché **1,414....** è un numero decimale illimitato. Si può desumere che il segmento **AC** (fig. R), faccia parte della bidimensionalità, dov'è possibile qualsiasi approssimazione circa la lunghezza della diagonale di un quadrato. Invece, in riguardo alla diagonale di un rettangolo, o per l'altezza di un triangolo, la definizione esatta delle relative misure indica che tali segmenti siano parte integrante della tridimensionalità e quindi del mondo circostante, non essendo indicati da un numero decimale illimitato.

La geometria dello spazio doppio.

Potrebbe darsi che la geometria dello spazio non sia fissa, ma dinamica e plurima, alternandosi da una configurazione piatta ad una tridimensionale (x, y, z) + il Tempo e forse anche quadridimensionale se consideriamo il Tempo come dimensione intrinseca alle tre coordinate dello Spazio e viceversa. Potrebbe essere che lo Spazio ed anche il Tempo, non siano un continuum e che entrambi possano emergere da ambivalenti entità, più elementari. Dunque, la matematica e la fisica teorica che si sforzano di rendere intellegibili le dinamiche e le leggi del mondo circostante, si scontrano con numerosi paradossi di apparente, difficile, o impossibile soluzione. Lo Spazio-Tempo del mondo che ci circonda, avrebbe quattro dimensioni, come fin dal secolo scorso Hilbert ipotizzò. Lo Spazio – Tempo vettoriale di Hilbert, detto anche duale, conserva alcune caratteristiche della geometria euclidea: esisterebbero tre dimensioni spaziali e una dimensione temporale. Ci si può spostare verso l'alto, o il basso, a nord o a sud, a est, o a ovest ed i movimenti in ogni direzione possono essere espressi in termini di questi tre movimenti. Un movimento verso il basso equivale ad uno verso l'alto di una quantità negativa. Un movimento a nord-ovest è la somma di un movimento a nord e di uno a ovest. Il Tempo è spesso indicato come “quarta dimensione. Famoso è il paradosso dell'albergo di Hilbert, con un numero infinito di stanze e che può alloggiare sempre più nuovi arrivati, facendo spostare di volta in volta alcuni ospiti da una stanza ad una nuova e facendo alloggiare nelle stanze che si sono svuotate i nuovi ospiti.

Il Tempo che molti ritengono un unicum con lo Spazio (Spazio-Tempo) è differente dalle tre dimensioni spaziali, avendo una unica direzionalità per ogni ipotetica retta che lo compone: dal passato al futuro. I processi fisici macroscopici non sono simmetrici rispetto al Tempo. Invece a livello subatomico (scala di Planck), quasi tutti i processi fisici sono simmetrici rispetto al Tempo: le equazioni usate per descrivere questi processi sono le stesse, indipendentemente dalla direzionalità del Tempo. Tutto ciò non implica che le particelle subatomiche possano muoversi indietro nel Tempo. Alcune teorie dell'ultimo mezzo secolo come quella delle stringhe, ipotizzano che lo Spazio in cui viviamo abbia molte più dimensioni, da 10 a più di 20. Tuttavia, l'universo misurato lungo queste dimensioni aggiuntive, dovrebbe avere grandezza subatomica, quasi come i punti di una retta.

Nel campo della matematica, non c'è un'unica definizione di *dimensione* che possa comprendere tutte le situazioni di cui farne uso. Sono state ideate molte definizioni di *dimensione* per diversi tipi di spazio vettoriale. E' da rilevare che nella letteratura matematica del passato fu spesso utilizzato il termine di **iperspazio** ad indicare spazi con più dimensioni.



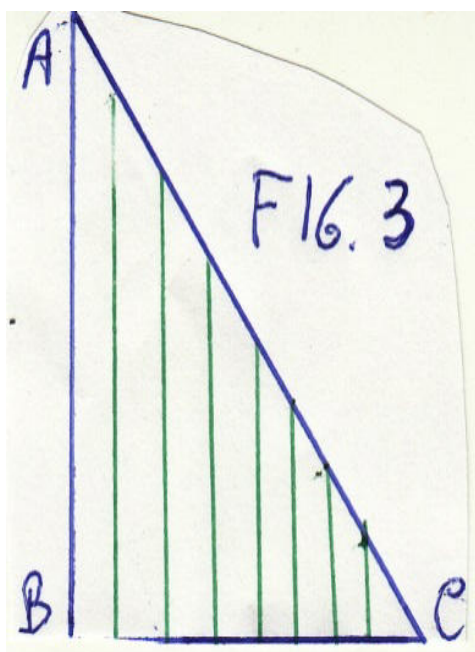
La duplice natura della

luce. Una ricerca sperimentale del 2015, basata sull'osservazione di alcuni fenomeni quantistici, tramite l'impulso laser su un nanofilo di metallo, ha evidenziato la duplice natura della luce, come particella e come onda. Lo stesso esperimento ha rilevato il comportamento del complesso fotonico, perturbato dagli elettroni. La luce segue dunque una specifica curva spazio-temporale che potrebbe essere fatta di picchi e di segmenti, riconducibili nel contesto della bidimensionalità.

Nella **fig. 5**, è schematizzato il percorso (onda fotonica) di un fotone di luce da **A** ad **E**. Essendo la luce di duplice natura, ondulatoria e corpuscolare, il fotone che da **A** arriva in **E**, con un percorso rettilineo che comprende **C, C', C'', C''', C'''', C''''...** si accompagna alla relativa onda ed è come se il fotone si sdoppiasse in **B, B', B'', B''', B'''', B''''', B''''''** ed infine in **B7**. Al termine del percorso, ci sarà una zona ad onda, indicata da **B''''''** ed una corpuscolare, indicata con la lettera **E**. Unendo **A** con **B** e con **C**, si ha un triangolo rettangolo dove, è valida la disquisizione indicata nella pagina successiva dalla **fig. 3**: all'interno di ciascun triangolo rettangolo, le parallele ivi tracciate intersecano il tratto **AB** in punti più distanziati che in **AC**. Il paradosso dei segmenti paralleli nel triangolo rettangolo **ABC** (fig. 3) sarebbe superato se in **AB** ci fossero dei punti che formano tratti uguali a zero, oppure dei "tratti nascosti" facenti parte di una dimensione spazio-temporale con segno opposto e frammista all'usuale con un valore positivo.

Onda fotonica. Questo dato troverebbe conferma nel comportamento del fotone che parte da **A** e come se si sdoppiasse in **B** ed in **C**, raggiunge i punti terminali in **B7** ed in **E** in tempi uguali. A meno che il fotone che si è sdoppiato in **B**, assumendo l'aspetto e le proprietà di un'onda, non acceleri la velocità, i segmenti **AB, CB', C'B''** ecc. devono per forza avere duplice geometria con punti al loro interno uguali a zero (punti nulli). Oppure tra un punto e l'altro dell'ipotenusa **AC** (fig. 3), sono presenti numeri irrazionali negativi. E' la retta numerica di per sé a contenere spiragli puntiformi di caos, che ne interrompono la continuità.

Per la precisione, indichiamo con la serie dei punti **B, B', B'', B'''...** i picchi dell'onda fotonica. Quanto più veloce il fotone passa da **A** fino a raggiungere **C**, tanto più ridotta è l'area del triangolo rettangolo **ABC** e così via per il resto dei triangoli in successione, fino ai due punti finali che nel nostro esempio sono **E - B7**. In questo percorso, ma solo nel suo percorso, l'onda fotonica coi picchi in **B, B', B''** ecc. non si sovrappone mai alla traiettoria del rispettivo corpuscolo fotonico. La meccanica quantistica, cerca di superare il dualismo onda-particella, abbinando alla natura corpuscolare della materia e della radiazione elettromagnetica il carattere probabilistico dell'evento fisico, dove la probabilità ha un andamento in qualche modo periodico nello Spazio-Tempo, analogo al fenomeno ondulatorio. L'esperimento della doppia fenditura in cui si fa passare un fotone alla volta si giustifica con la perdita di valore del concetto di traiettoria, a favore della sola probabilità in base alla quale (probabilità) la particella si trova, nel suo percorso, solo in un dato punto e in un dato istante.



Nella teoria quantistica, il fatto che fenomeni atomici siano determinati dalle loro connessioni col tutto è strettamente legato al ruolo fondamentale della **probabilità**. Nella fisica classica, ci si serve della probabilità, ogni volta che i meccanismi implicati in uno specifico evento ci sono ignoti. Nella fisica quantistica, al di là delle connessioni locali, sono presenti altri tipi di connessioni non locali, che sono istantanee e non prevedibili con modelli matematici esatti.

Nella **fig. 5**, la distanza tra i picchi, indicati con le lettere B (B', B'', B'''....) rappresenta la frequenza della luce.

Per Smolin Lee (2010), nell'interpretazione della fisica di base non si deve partire dallo Spazio, o da qualcosa che si muove nello Spazio, ma da qualcosa che sia puramente quantistico ed abbia, invece dello Spazio, una struttura di tipo quantistico. Lo Spazio emergerebbe da questa struttura soggiacente, come la temperatura dal movimento medio

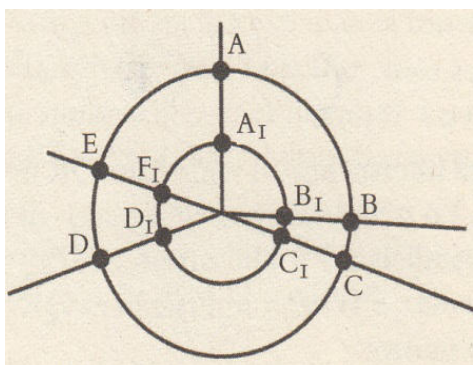
degli atomi. Sembra confermata l'idea di Heisenberg e Pauli, secondo cui quando le onde gravitazionali sono molto deboli, possono considerarsi come minuscole increspature (come i triangoli rettangoli della fig. 5) che perturbano una geometria soggiacente la quale resta quasi del tutto fissa.

Lo scienziato Penrose R. (1997), propone che nel mondo, le relazioni di causalità siano fondamentali, come affermato anche da Loll R. e Ambjørn J. Queste relazioni di causalità sarebbero traslate all'interno di uno spazio speciale "Lo Spazio di Twistor" dove gli eventi spaziotemporali sarebbero sospesi uno sull'altro, avendo l'aspetto di tante **superfici bidimensionali**. La geometria del nostro Spazio – Tempo, correlato alla tridimensionalità, emergerebbe da strutture bidimensionali, appartenenti integralmente allo Spazio di Twistor.

In questo speciale spazio, i fotoni liberi sono qualcosa in più che semplici raggi luminosi: sono espansioni luminose non corpuscolari, non ondegianti e non locali. Lo spazio reale quantistico si conformerebbe come conseguenza dell'intersezione di eventi luminosi.

Le conclusioni di un altro scienziato mettono in dubbio gli aspetti fondanti del mondo sub-atomico. Meinard Kuhlmann e coll. (2013), hanno molte perplessità circa la classica struttura del mondo atomico e sub-atomico, ribaltando in modo indiretto, anche i processi nervosi delle sensazioni corporee che si fondano sui comuni fenomeni elettrici e biochimici. Le recenti scoperte della fisica teorica trovano che la realtà nella sua essenza non consista di corpuscoli materiali, ma di **connessioni referenziali e di proprietà fisiche**. Le vedute di Kuhlmann Meinard arrivano a contraddire i parametri fondanti della realtà circostante.

Nella fig. 5, all'interno di ciascun triangolo rettangolo (ABC, CB'C', C'B''C''...), le singolarità della dimensione bidimensionale hanno punti di discontinuità, rispetto ad altri della stessa area. Le matrici singolari dell'ipotenusa si ripercuotono sul quoziente dell'area di Spazio – Tempo, che è l'area del triangolo rettangolo delimitata anche dall'ipotenusa AB. L'area di ciascun triangolo rettangolo contiene zone esprimibili con numeri irrazionali, sovrapponibili al caos quantistico. Essendo le aree dei triangoli rettangoli uguali tra loro, lo sono anche i punti di discontinuità al loro interno.



Cerchio. Nei due cerchi concentrici qui a lato, il raggio del cerchio maggiore è il doppio di quello ad esso inscritto. Le circonferenze dei due cerchi sono la diretta funzione dei rispettivi raggi, per cui la circonferenza del cerchio maggiore sarà il doppio del cerchio minore. Le due circonferenze si possono distendere come due linee. Di queste, la linea più lunga, eguale alla circonferenza del cerchio maggiore, dovrebbe avere un numero di punti il doppio dell'altra. In un ragionamento lineare, dove la circonferenza di un cerchio ha valenza **tridimensionale**, accade che i due cerchi, l'iscritto ed il circoscritto non devono avere lo stesso numero di punti.

Ciò è possibile nella dimensione bidimensionale, ma è un paradosso della matematica nell'ambito della tridimensionalità. Infatti, tracciando alcuni raggi, come A – A_I, si vede che qualsiasi raggio che intersechi il cerchio maggiore in un punto M, intersecherà il cerchio minore in un solo punto corrispondente ad M_I. Si deduce quindi, che il numero dei punti delle due circonferenze è lo stesso. Il problema è che la circonferenza di un cerchio geometrico ha in questo caso, solo valenza bidimensionale come se fossero i punti di un segmento e di una retta. Essendo grandezze relegate nella bidimensionalità delle immagini mentali, delle pure astrazioni geometriche e del simbolismo astratto, la metà dei punti che compongono la circonferenza del cerchio maggiore può considerarsi irreali e con un **valore minimo assoluto**: vedere ciò che dice il teorema di Fermat al proposito. Questi punti possono essere uguali a zero, alternandosi agli altri della stessa circonferenza da considerarsi reali. Per i punti della circonferenza maggiore vale, in questo modo, la funzione d'onda di Schrödinger. La mente umana sarebbe l'unica entità capace di alternarsi consapevolmente tra la bidimensionalità e la tridimensionalità attraverso le immagini mentali. Ecco delinearsi due realtà, dove alcune leggi della fisica e della matematica si modificano, adattandosi ora alla dimensione bidimensionale ed ora alla tridimensionalità.

Il Teorema di Fermat fornirebbe un valido contributo circa la comprensione del paradosso dei due cerchi con uguale circonferenza, pur essendo l'uno inscritto all'altro.

Il Teorema (di Fermat sui punti stazionari) dice che in una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ con dominio D si verificano le seguenti condizioni:

$$f'(x_0) = 0$$

Se consideriamo un punto $x_0 \in D$ che soddisfi le seguenti ipotesi:

x_0 essendo un punto di massimo o di minimo;

la funzione f è derivabile in x_0 .

Il teorema di Fermat indica che se un punto x_0 è in una stazione estrema per una funzione f e se la derivata della funzione f è definita in tale punto, allora la derivata vale **zero**, avendola calcolata in x_0 . L'annullarsi della derivata nel punto x_0 è condizione necessaria per fare sì che x_0 sia un punto di massimo valore, o di minimo valore. Il matematico Jean Perrin lo affermò nel lontano 1906: "Chi sente parlare di curve prive di tangenti, o di funzioni senza derivate è portato a pensare che la natura non presenti né suggerisca tali complessità. Tuttavia è vero il contrario."

Occorre precisare che in astratto, una funzione F è sviluppabile come una serie infinita, occorre dimostrare che la serie converga in ogni suo punto in F , ciò non è possibile sommando un numero infinito di termini. Occorre cioè ricorrere all'astrazione della bidimensionalità.

C'è da aggiungere un altro particolare che riguarda il calcolo della circonferenza e dell'area di un cerchio che sono:

per la circonferenza: $C = 2 \pi r$

L'area di un cerchio è: $A = \pi r^2$

Il π che è indispensabile per stabilire la circonferenza e l'area di un cerchio, esprime un numero irrazionale, non essendo il quoziente di due interi. Se non che, un numero irrazionale è la sequenza infinita, non periodica di decimali.

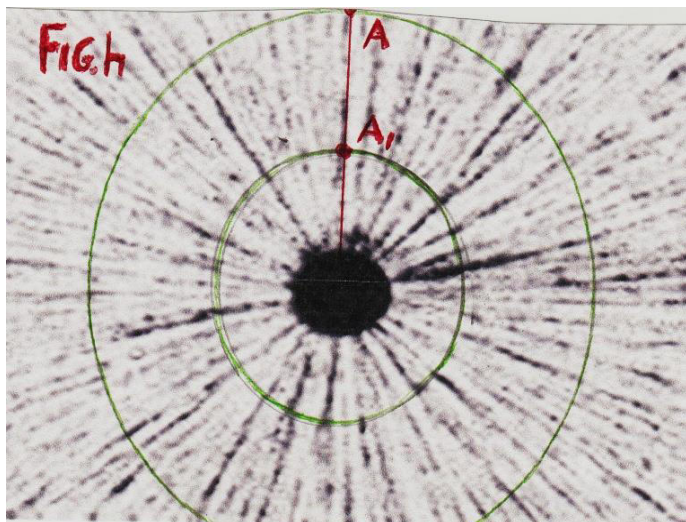
Il π non è neanche un numero algebrico, ma un numero trascendente (quindi di pertinenza della bidimensionalità) che non può avere numeri razionali di cui è la radice ed è perciò impossibile esprimerlo con un numero finito di interi, di frazioni e rispettive radici. Da ciò risulta che da un da un cerchio non si può disegnare, con riga e compasso, un quadrato di area simile. In ambito della tridimensionalità, il cerchio definisce per esempio, il contorno di una ruota con precise misure spaziali. L'indeterminatezza del cerchio, come entità geometrica astratta, riguarda solo l'eterea bidimensionalità, dove lo Spazio -Tempo ha un valore non deterministico, ed è ondulante tra i diversi parametri della matematica e della geometria. La circonferenza di un cerchio ha dunque un valore non deterministico, ma solo in ambito bidimensionale. Le prime 100 cifre decimali di π sono:

**3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399
37510 58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211
70679...**

La presenza dei numeri irrazionali in alcune formule della matematica è il punto di rottura con la geometria, correlata alla tridimensionalità del mondo circostante. Gli irrazionali non possono essere esplicitati con numeri frazionari e sono la dimostrazione che la retta numerica contiene punti, tratti ed interstizi compenetrati dal caos, che ne interrompono la continuità.

Elettromagnetismo - Tempo fisico - gravità quantistica. Nel 1864, J. C.

Maxwell in “*A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*” affermò che le onde elettromagnetiche avevano esistenza a sé, essendo entità autonome e non vibrazioni di un *mezzo* reale.



La **Fig. 4** è la rappresentazione di un campo elettrico attraverso le sue linee di forza e generato da una singola carica puntiforme. Alla bidimensionalità di un simile campo fisico è applicabile il principio dei due cerchi concentrici (in verde), dove A1 corrisponde ad A. Nel mondo della tridimensionalità, ciò è un paradosso della matematica, essendo i due cerchi uno il doppio dell'altro e non essendo possibile considerare alcuni tratti di circonferenza nulli, in riferimento al cerchio maggiore (cerchio circoscritto). In una realtà bidimensionale, a cui il campo elettrico potrebbe essere ascrivito, è possibile

introdurre settori di circonferenza nulli per il cerchio maggiore, così che le due circonferenze si eguagliano. Sembrerebbe vera l'ipotesi di **Fritjof Capra** (2008): i campi elettromagnetici sarebbero entità fisiche di proprio diritto, potendo viaggiare attraverso lo Spazio vuoto. Per Capra, i campi elettromagnetici non sono suscettibili di una spiegazione meccanica. Nella relatività generale, così come concepita da Einstein, il campo elettromagnetico ha lo stesso ruolo della materia, non essendo materia. Non essendo materia (non ha profondità), il campo elettromagnetico è bidimensionalità pura. Essendo anche il campo gravitazionale ascrivito unicamente alla bidimensionalità, si verifica che esso ha un'azione diretta sulla freccia del Tempo, allungandola a volte all'infinito, come in un buco nero. L'azione diretta sulla freccia del Tempo avviene solo per i campi fisici elettromagnetico e gravitazionale, essendo entrambi di pertinenza della bidimensionalità. C'è da supporre che la bidimensionalità di un campo gravitazionale compenetri, fino al suo centro, il buco nero.

Riportandoci all'esempio precedente, se al posto di un campo elettrico, consideriamo un buco nero di notevole massa, la differenza tra **A** ed **A1** (fig. 4) è effettiva ed i due punti fanno parte della tridimensionalità, con un minimo di massa. Nel caso in cui i due punti A ed A1 del buco nero, estrapolati da due circonferenze concentriche, siano concetti della nostra Mente, immagini pure della bidimensionalità (immagini mentali), allora l'eguaglianza è possibile nell'ambito della funzione d'onda di Schrödinger. Nel caso in cui i due punti A ed A1 facciano parte di due cerchi concentrici di uno stesso campo gravitazionale, allora possono coincidere, essendo i due cerchi concentrici cui rispettivamente appartengono, di eguale circonferenza. Ne consegue, a proposito della Mente umana, che solo la funzione d'onda di Schrödinger ne è l'essenza.

Le linee di forza di un campo elettrico sembrano avere una disposizione nello Spazio ad invarianza di scala, dipendente dall'energia intrinseca del campo. Nel cerchio maggiore della **fig. 4**, alcune di queste linee di forza che s'irradiano dal cerchio inscritto e che raggiungono quello circoscritto, nel punto in cui attraversano il cerchio maggiore, hanno valore nullo. Nel caso in cui non c'è alcun cerchio maggiore che le circoscrive, le linee di forza hanno un determinato valore numerico, dipendente dall'energia intrinseca del campo.

In ultima analisi, un'onda gravitazionale, come quelle generate dalla presenza di un buco nero, o dalla conflagrazione di due buchi neri, comporta una oscillazione dello Spazio – Tempo, inteso quest'ultimo come un manto bidimensionale di linee rette ed avente una struttura complessa. Queste linee rette si deformano per effetto delle onde gravitazionali, formando dei picchi nei vertici della regolare successione di triangoli rettangoli, come nella **fig. 5**.

E' probabile che se l'evaporazione di un buco nero (radiazione di Hawking) avvenisse in un Tempo quasi istantaneo, A ed A1 potrebbero coincidere, pur in cerchi con circonferenza l'una il doppio dell'altra. In questo caso, sarebbe il Tempo fisico (T) e non la gravità (g) a rendere la materia del buco nero corrispondente alla bidimensionalità. In lassi di tempo infinitesimali, sembrerebbe vera una vecchia teoria (teoria unificata dei campi), secondo cui gravità ed elettromagnetismo sarebbero aspetti di un unico fenomeno, appartenente solo alla bidimensionalità.

Il problema del Tempo presso gli antichi. Nella lingua greca classica, l'ambivalenza correlata alla mente umana, incapace di determinare uno stato oggettivo di esistere, potrebbe evidenziarsi nel presente congiuntivo del verbo essere: **ᾔ** (che io sia), molto simile al participio presente dello stesso verbo e che appartiene alla classe atematica: **ῶν** (essente). Questi due tempi verbali esprimono entrambi soltanto le probabilità di esistere in un determinato luogo ed in uno specifico spazio temporale. Analogie fonetiche e somiglianze lessicali tra participio presente del verbo *essere* ed il suo congiuntivo sarebbero evidenti in molti gruppi linguistici delle tribù indoeuropee. Queste analogie e somiglianze indicano, in quegli antichi popoli, il valore prospettico del congiuntivo e del participio presente di molti verbi ed in particolare del verbo essere. Inoltre, tra il presente indicativo (**εἰμί**) ed il corrispondente futuro (**ἔσομαι**), quest'ultimo usato solo nella forma media (io sarò per me stesso), la differenza consiste nella rappresentazione (per sé e per gli altri) di una probabilità di esistere. Nel greco antico, il presente indicativo del verbo essere (**εἰμί**) sottende l'esistere in un determinato luogo ed in uno specifico momento. Il futuro dello stesso verbo (**ἔσομαι**) evidenzia la possibilità di trovarsi in un determinato luogo, in un tempo probabilistico che può anche mancare. Questo verbo *essere* al futuro indicativo lascia intendere, nel greco antico più che in altre lingue antiche, un tempo ed uno spazio indeterminato, nel quale possa trovarsi ed agire il soggetto. E' come se il soggetto a cui il verbo *essere* si riferisce, si catapultasse in una dimensione ondulante, indeterminata, dello Spazio-Tempo. Si aggiunga che l'ottativo di tutti i verbi della lingua greca antica, sia dell'indicativo che dell'aoristo, racchiude la possibilità del verificarsi di un evento futuro, un augurio che un evento, un'azione, un movimento...possa accadere di là a venire, anche se non si sa con precisione quando. L'ambiguità del verbo greco al futuro si coglie anche nel fatto che quei verbi i cui perfetti hanno significato di presente indicativo, hanno nel futuro anteriore il valore di futuro semplice ed in italiano moderno hanno un contenuto durativo, anche se imprecisato:

μεμνήσομαι = mi ricorderò.



Il dipinto tombale “La tomba del tuffatore”- Paestum (Magna Graecia) è del 480 – 470 a. Cr. Il dipinto sarebbe un’allusione della brevità della vita umana e potrebbe indicare alcuni episodi del defunto, forse un giovane che amava tuffarsi in mare da un trampolino da lui costruito. La prospettiva tridimensionale del mondo circostante diventa bidimensionalità e simbolismo.

Nell’arte della Magna Graecia, comincia ad esserci corrispondenza biunivoca tra:

Tridimensionalità del reale ↔ arte funeraria ↔ simbolismo ↔ bidimensionalità.

Il verbo greco mantiene i tratti arcaici di quello indoeuropeo, ma ha altresì alcune innovazioni rispetto alla lingua madre. A differenza dei popoli Indoeuropei da cui provennero, i Greci adottarono un sistema della coniugazione verbale più coerente per tutti i tempi, le forme ed i modi. Nello sforzo di esprimere questo tipo di coerenza nel Tempo e nello Spazio, i Greci si trovarono di fronte all’indeterminazione del congiuntivo del verbo *essere*, del futuro indicativo dello stesso verbo e dell’aoristo di tutti i loro verbi.

Nella lingua latina manca il participio presente del verbo *essere*, che cominciò ad apparire nella tarda latinità cristiana e nel medioevo per indicare un **Ente**, al di sopra del mondo reale.

Presso i Romani del mondo classico e presso i popoli Latini in genere, come anche presso gli Etruschi, manca dunque il participio presente del verbo *essere* ad indicare un Tempo verbale, racchiuso nella sfera dell’istante. Al suo posto, c’è il presente indicativo *sum*: io sono. Il presente indicativo *sum* (io sono) implica l’atto di essere e di durare per una breve proiezione temporale che si prolunga nel futuro e nel passato prossimo: io sono perché sono stato e tra poco sarò. Per i Romani, il mondo era in sé meno problematico ed era rispetto ad altri popoli europei, più definibile tramite l’eloquio umano.

Pur essendoci evoluti con la certezza di un unico, eterno e pressoché immutabile mondo, gli accadimenti nella sfera del reale potevano avere diverse possibilità di evidenziarsi e di essere definiti, tramite l’eloquio. Le molteplici probabilità degli oggetti del mondo circostante di affiorare alla mente umana, di essere indicati e descritti, erano dunque espresse con il congiuntivo dei verbi, in particolare del verbo *essere*, oppure con il participio presente dello stesso verbo. I due tempi verbali avevano un significato affine ad indicare l’esistenza probabilistica di persone, animali e cose. Presso i Greci dell’età classica e della Magna Graecia, la consapevolezza dell’esistenza umana in una specifica realtà ed in una sfera temporale unica, così come percepita dai loro antenati Indoeuropei, oltre che dai Dori, dagli Achei, Ioni ed Eoli, cominciò ad eclissarsi. I rapporti di contemporaneità, anteriorità e posteriorità divennero problematici e lo si evince, dall’incremento dell’uso dell’ottativo anche al posto del futuro nelle opere letterarie di quel periodo.

C’è un altro particolare che evidenzia come nell’età classica greca, alcuni tempi verbali furono usati in modo diverso che nei secoli precedenti. La lingua greca antica esprime il Tempo in modo

assoluto ed il futuro anteriore non indica mai l'anteriorità relativa al futuro semplice, ma lo stato di essere nel futuro in relazione ad un evento precedente. L'abbandono o quasi dell'uso del verbo al futuro e l'incremento dell'ottativo nell'età classica sarebbe indice di una visione della vita e dell'esistenza più problematica e criptica. Lo stesso dio **Kronos** (il Tempo) il cui nome presso gl'Indoeuropei significava *forza vitale*, è presso i Greci un Titano. Kronos divora i figli, potendo essi compromettere l'identità del genitore. L'esistenza di un Tempo non effettivamente definibile e problematico nella sua essenza e quindi di una molteplice realtà, intuita dalla teogonia orfica (VI sec. a. Cr.), è scongiurata dal cannibalismo di Kronos verso i suoi figli. Kronos, il Titano della Fertilità, del Tempo e dell'Agricoltura, ubbidiva ad una misteriosa ed assolutistica forza: **Ananche**, la Necessità. L'unicità del mondo che non poteva essere ondulante tra diverse realtà obiettive era garantita da Kronos, assoggettato al volere di Ananche. Viceversa, la realtà che pericolosamente poteva anche essere duplice, era eliminata sempre dalla stessa forza oscura ed inesorabile, indicata come la Necessità, (Ananche). Mancando la Necessità, tutto sarebbe diventato oscuro ed ambivalente, compreso Kronos. Senza **Ananche-Kronos**, l'universo sarebbe stato indecifrabile e frammentato nella molteplicità dei mondi e del trascorrere caotico dei plurimi Tempi. Forse per questo motivo, il culto di Kronos (assoggettato ad **Ananche**) nella città di Atene, in età di Pericle, fu riesumato. Lo stesso Pericle fu definito dai suoi detrattori, come il figlio di Stasis (la Crisi politica ed economica...) e di Kronos.

Aristotele fu tra i primi filosofi che nella Fisica **IV 217b**, analizza lo scorrere del Tempo (Kronos). Le argomentazioni sul Tempo andavano, per il filosofo greco, oltre il contesto del mondo fisico, rientrando nella Metafisica. Aristotele afferma che il Tempo è **ciò che non è** o che è **appena**, e **debolmente**. Il filosofo conclude che bisogna necessariamente affermare che il Tempo appartiene più al non-essere che all'essere, in quanto è composto di **istanti**, ovvero di qualcosa che non è più o non è ancora, e dunque di non-enti.

I paradossi di Zenone ci sono stati tramandati dalle citazioni di Aristotele nella sua *Fisica*. Zenone di Elea a dimostrazione che la realtà del mondo è unica ed immutabile, propose alcuni paradossi che avrebbero provato l'inesistenza della molteplicità e del moto, nonostante le apparenze della vita quotidiana. Le argomentazioni di Zenone sarebbero i primi esempi del metodo di dimostrazione, noto come *reductio ad absurdum*, o *dimostrazione per assurdo*.

Nell' **XI** libro di *Le Confessioni*, Sant'Agostino analizza il problema del Tempo. Sant'Agostino dice: "*Io so che cosa è il tempo, ma quando me lo chiedono non so spiegarlo.*"

Nello stesso libro, spiega: "Parrebbe ovvio considerare il Tempo come la somma di passato, presente e futuro: ma il passato non è più e il futuro non è ancora. Parrebbe dunque che soltanto del presente si possa dire che è. E allora che cosa significa che è? Se il presente fosse sempre attuale, sarebbe l'eternità. In realtà esso esiste come presente, solo a condizione di tramutarsi in passato e di non essere ancora futuro. Il tempo allora sembra esistere solo in quanto "tende a non essere."

Per sant'Agostino, le **3 dimensioni del tempo** (presente, passato e futuro) sono in effetti **i tre presenti** nella nostra anima: eventi passati, presenti e futuri esistono perché sono movimenti in avanti (futuro), indietro (passato), o in alto (presente) unicamente della nostra anima, appartenente al mondo spirituale della bidimensionalità. Il movimento spaziale della nostra anima determina, in ciascuno di noi, il passare del Tempo:

“Motus est exitus de potentia in actum non subito.”

In conclusione, sebbene presenti perfino presso gl'Indoeuropei, solo a partire dal XIX secolo, cominciarono ad essere dimostrate scientificamente le incongruenze del mondo fisico, della casualità e della simultaneità di alcuni tipi di eventi, fino ad allora intesi come parte di un'unica realtà. Il mondo problematico, ondulante e difficilmente definibile attraverso i tempi verbali dell'eloquio cominciò ad essere oggetto, nel suo profondo, della sistematica indagine scientifica.

In italiano, i tempi verbali si distinguono in modi finiti (indicativo, congiuntivo, condizionale ed imperativo) e indefiniti (infinito, gerundio e participio). I tempi indefiniti sono propri della bidimensionalità immaginifica.

Il concetto di Tempo fisico non definibile tramite l'eloquio (tempo indefinito), è espresso con l'infinito, il participio ed il gerundio. Lo stesso vale per il lasso di Tempo del presente (infinito presente, participio e gerundio), così come per indicare un Tempo anteriore (passato): infinito, participio e gerundio. Nell'eloquio, c'è corrispondenza biunivoca tra i Tempi del passato, del presente e quello indefinito, indicati tutti col participio, il gerundio e l'infinito. L'eloquio umano, essendo frutto della mente umana, appartiene pienamente alla sfera bidimensionale dove la freccia del Tempo fisico ha oggettive variabili "nascoste" non definibili in modo chiaro dai tempi verbali.

Per meglio puntualizzare la questione sul Tempo fisico, occorre aggiungere che Newton afferma una visione del mondo, dove il Tempo e lo Spazio sono assoluti in una realtà precostituita, nella quale accadono tutti gli eventi fisici. Albert Einstein portò la crisi della fisica classica al definitivo compimento. Per Einstein, le contrazioni delle lunghezze e la dilatazione dei Tempi (e non di un Tempo universale) erano parte essenziale della geometria dello Spazio-Tempo, una geometria nuova che meglio si adattava alle equazioni di Maxwell.

Riassunto

Ci sarebbe un unico modo per risolvere alcuni dei paradossi della matematica e della geometria: attribuire un valore di zero ad alcuni segmenti di una retta e ad alcuni punti di un cerchio. Solo i segmenti ed i punti con valore zero sono da considerarsi facenti parte della superficie uno-dimensionale di Riemann.

La presenza dei numeri irrazionali in alcune formule della matematica è uno spartiacque con la geometria, applicata alla tridimensionalità del mondo circostante. Gli irrazionali non possono essere esplicitati con numeri frazionari e sono la dimostrazione che la retta numerica contiene punti, tratti ed interstizi compenetrati dal caos, che ne interrompono la continuità.

Alcuni paradossi della matematica e della geometria, come quelli nel presente studio descritti, potrebbero dimostrare l'ambivalenza di base della bidimensionalità. A questa dimensione ondulante e non del tutto determinabile, farebbero parte anche alcune particelle sub-atomiche. Il punto geometrico e la retta geometrica formata da infiniti punti, potrebbero in alcuni casi, avere duplice valore, all'interno di uno spazio piatto. Questo duplice valore comprende anche lo zero.

Aristotele fu tra i primi filosofi che nella Fisica IV 217b, analizzò lo scorrere del Tempo. Per il filosofo greco, lo studio e le disquisizioni sulla natura del Tempo rientravano nel vasto campo della metafisica, oltrepassando il mondo fenomenico della fisica. Aristotele afferma che il Tempo è **ciò che non è** o che è **appena**, e **debolmente**. Il filosofo conclude che bisogna necessariamente affermare che il Tempo appartiene più al non-essere che all'essere, in quanto è composto di **istanti**, ovvero di qualcosa che non è più o non è ancora, e dunque di non-enti. Di recente, lo scienziato Penrose R. ritiene che nel mondo, le relazioni di casualità siano fondamentali, come affermato anche da Loll R. e Ambjørn J. Queste relazioni di casualità sarebbero traslate all'interno di uno spazio speciale *Lo Spazio di Twistor* dove gli eventi spazio – Temporal sarebbero sospesi uno sull'altro, come superfici bidimensionali. La geometria del nostro Spazio – Tempo emergerebbe da strutture bidimensionali appartenenti integralmente allo Spazio di Twistor.

Nello Spazio- Tempo di Minkowski, ogni punto è un evento, indicato come **punto evento**. I punti eventi sono separati l'un l'altro da un **intervallo invariante**. I punti eventi sono determinati da coordinate i cui parametri dipendono dal sistema di riferimento scelto, ma l'intervallo tra essi è lo stesso in tutti i sistemi inerziali di riferimento. Per questo, si parla di intervallo invariante ed universale.

Alcuni dei paradossi propri della matematica si spiegano ammettendo l'esistenza di uno Spazio-Tempo di natura essenzialmente probabilistica, dov'è pienamente valida l'equazione di Schrödinger: $\psi(\mathbf{q}, \mathbf{t})$. In questa equazione, tutte le variabili spaziali sono indicate con \mathbf{q} e quelle temporali con \mathbf{t} .

Intuita fin dai primi popoli Indo-europei, l'ambivalenza della realtà e del concetto di Tempo fisico ad essa correlata, fu meglio definita da matematici e fisici teorici, a partire da Galilei. Il Teorema di Fermat sui punti stazionari, fornirebbe un valido contributo sulla comprensione del paradosso dei due cerchi con apparente uguale circonferenza, pur essendo l'uno inscritto all'altro.

Il presente saggio è un'analisi ed un tentativo di soluzione in riguardo ad alcuni paradossi della matematica e della geometria, sottolineando la presenza di una realtà duplice, in parte bidimensionale ed in parte tridimensionale(x, y, z) + il Tempo, dove il punto matematico ha doppia valenza: a volte uguale a zero ed a volte uno. C'è una terza possibilità: alcuni tratti di un segmento di una retta, formata da singoli punti, possono far parte di uno Spazio-Tempo con valore negativo e frammisto all'usuale con valore opposto. La doppia natura corpuscolare ed ondulatoria della luce sarebbe meglio comprensibile nell'ambito di questa realtà multipla, dove la bidimensionalità e la tridimensionalità avrebbero differente collocazione spaziale e differente valenza numerica nei rispettivi ambiti. La bidimensionalità avrebbe le caratteristiche della superficie uno-dimensionale di Riemann. Si potrebbe infine avanzare la seguente ipotesi: alcune porzioni dello Spazio-Tempo sono talmente sottili e facenti parte a pieno titolo della bidimensionalità oltre che della tridimensionalità che possono per propria natura, fluttuare tra il valore positivo ed il suo opposto, virando nelle opposte direzioni, con irrilevanti cambiamenti al loro interno e con minimi sprechi di energia.

Bibliografia.

- Barbour J.: *La fine del Tempo*. Einaudi, (2003).
- Bekestein J. D.: *L'informazione in un universo olografico*, Le Scienze, n. 421, settembre, (2003).
- Berry, M.V.: *Laplacian Magic Windows*. – J. Optics, 19 – OGLT01 (5 pagg.), 2017.
- Bresan Paola: *The place of white in a world of grays: a double-anchoring theory of linhtness perception*. Psychological Review, 113: 526 – 553, (2006).
- Bresan P.: *Il colore della luna. Come vediamo e perché*. Il Sole 24 Ore S.p.a., (2009).
- Capra F.: *Il punto di svolta*. Saggi. Univ. Economica Feltrinelli. Milano, (2008).
- Dedekind R.: *Essay on the Theory of numbers*, Open Court Pub. Co., (1901).
- Eysenck HJ: Genetic and environmental contributions to individual differences: the three major dimensions of personality. JOURN. PERS. Mar;58(1):245-61, (1990).
- Everet III Hugh: (1957): *Relative State formulation of Quantum Mechanics*, Reviews of Modern Physics 29,454-462, (1957).
- Gelder B.: *Emotion in the brain: of low roads, high roads and roads less traveled*. Nature Reviews (Neuroscience), 3 NOV., (2017).
- HILLMAN J.: *Il sogno ed il mondo infero*. Adelphi, Milano, (2003).
- HILLMAN J.: *Il codice dell'anima*, Adelphi, Milano, (1997).
- Kuhlmann M.: *Physicists Debate Whether the World Is of Particles or Fields-or Something Else Entirely.*, in Stranford Enciclopedia of Philosophy, august - (2013).
- Kuhn Thomas S.: *Le rivoluzioni scientifiche*. Il Mulino – Bologna, (2008).
- LIN Z.: *Unconscious inference and conscious representation: why primary visual cortex (V1) is directly involved in visual awareness*. Behavioral and Brain Sciences, 31: 209 – 210, (2008).
- LIN Z. and HE S. *Seeing the invisible: the scope and limits of unconscious processing in binocular rivalry*. Progress in Neurobiology, 87: 195 – 211, (2009).
- Maldacena J.: *L'illusione della gravità*, Le Scienze, gennaio 2006
- H. L. **Montgomery**, I. Niven e H. S. Zuckerman, *An Introduction to the Theory of Numbers*, 5ª ed., Wiley, 1991, [ISBN 0-471-62546-9](#).
- Hugh L. **Montgomery**, Robert C. Vaughan, *Multiplicative Number Theory I: Classical Theory*, Cambridge University Press, 2006, [ISBN 0-521-84903-9](#).
- Penrose R. : *The Large, the Small and the Human Mind*. Cambridge, University Press, Cambridge, (1997).
- Piazza L., Lummen T. T. A. e Quiñonez E.: *Simultaneous observation of the quantization and the interference pattern of a plasmonic near-field*, Nature Communications, vol. 6, 02 – Marzo, 2015, pp. 6407, **DOI:10.1038/ncomms7407**, (20015).
- Popper Karl Raimund: *Utopie und Gewalt*, Luchterhand, Newied und Berlin, (1968).
- Popper Karl R. & J. Eccels: *L'io ed il suo cervello*. Armando – Roma, (1977).
- Prinz Jesse: *The conscious Brain*. New York – Oxford Univ. Press, (2010).
- Russell, B.: *Mathematical Logic as based on the Theory of Types*. American Journal of Mathematics, V. 30, pagg. 1 – 6, (1908).
- Searle, J. R.: *Seeing Things as They Are. A Theory of Perception*, Oxford, Oxford University press, 2015. [ISBN 978-0-19-938515-7](#)
- Searle, J. R.: *Vedere le cose come sono. Una teoria della percezione*, Milano, Raffaello Cortina Editore, 2016. [ISBN 978-88-6030-821-4](#)

- Schlick M.: *Physical Reality: Philosophical Essay on Twentieth-Century Physics*, Harper & Row – New York, (1970).
- Smolin Lee: *L'universo senza stringhe*, Le Scienze, (2010).
- Schrödinger E.: *Space – Time Structure*. – Cambridge – Univ. Press, (1950).
- Wallace, D.F., *Di tutto, e di più*. Le Scienze, (2011).
- Weatherall, J.O.: *La fisica del Nulla*. Casa Editrice: Bollati Boringhieri, Milano, (2017).
- Whitehead A.N.: *The concept of nature*. - Cambridge – The University Press, (1920).
- William McWorter: *Creating Fractals*, BYTE, 1987.

F I N E